DETERMINING THE LIMIT

Mammedov K.S.[1], Rzayeva M.M.[2], Aliyev R.R.[3] (Russian Federation)
Email: Mammedov521@scientifictext.ru

[1]Mammedov Kamran Suleyman oglu - postgraduate Student;
[2]Rzayeva Mira Mammed kizi - Undergraduate;
[3]Aliyev Rasul Rafig oglu - bachelor's degree Student,
DEPARTMENT OF PROCESSING TECHNOLOGIES,
FEDERAL STATE BUDGETARY EDUCATIONAL INSTITUTION OF HIGHER PROFESSIONAL EDUCATION
KUBAN STATE AGRARIAN UNIVERSITY NAMED AFTER I.T. TRUBILIN, KRASNODAR

Abstract: *this paper discusses the definition of the limit, as well as in what ways it is possible to prove the limit and its convergence, the proof of convergence is the essence of the limits, thus the initial data of the article give a reason to substantiate the basic concept for the new teaching methodology of this section and increasing attention in the interaction of the audience and the introduced examples can become the basis for a better understanding of the material and mastering it to realize the potential. Typical ways of proving the consistency of the limit and its essence.*
Keywords: *sequence, natural numbers, definitions, sequence limit, segment.*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛА

Мамедов К.С.[1], Рзаева М.М.[2], Алиев Р.Р.[3] (Российская Федерация)

[1]Мамедов Кямран Сулейман оглы – аспирант;
[2]Рзаева Мира Мамед кызы – магистрант;
[3]Алиев Расул Рафиг оглы – студент-бакалавр,
факультет перерабатывающих технологий,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Кубанский государственный аграрный университет им. И.Т. Трубилина, г. Краснодар

Аннотация: *в данной работе рассматривается определение предела, а также какими способами можно доказать предел и его сходимость. Доказательство сходимости есть сущность пределов, таким образом исходные данные статьи дают повод обосновать основную концепцию для новой методологии преподавания данного раздела и усиления внимания при взаимодействии аудитории и введенные примеры могут стать основой для лучшего понимания материала и освоения его для*

реализации потенциала. Типичные способы доказательства последовательности предела и его сущности.
Ключевые слова: *последовательность, натуральные числа, определения предела, предел последовательности, отрезок.*

Говорят, что число g является пределом последовательности $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, если у этой последовательности существует отрезки, приближающие g со сколь угодно малой погрешностью, другими словами, если для каждого числа $\varepsilon > 0$, существует отрезок, приближающий g с погрешностью, меньше ε. Записываю это следующем образом $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = g$.

Вместо того, чтобы сказать, что последовательность сходится к g или что последовательность стремится к g. Аналогично вместо того чтобы последовательность имеет «предел», часто говорят «последовательность сходится» [2, с. 58].

Примеры:

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$

2. Последовательность с общим членом $a_n = \frac{n}{n+1}$ имеет пределом число 1. Чтобы это доказать возьмем произвольный отрезов A_N. Если a_n принадлежит отрезку A_N, то есть если $n \geq N$, то $\left|1 - \frac{n}{n+1}\right| = \left|\frac{1}{n+1}\right| = \frac{1}{n+1} < \frac{1}{N}$, то есть отрезок A_n приближает число 1 с погрешностью, меньше $\frac{1}{N}$. Если следует что погрешность была меньше некоторого определенного числа $\varepsilon > 0$ (например $\varepsilon = \frac{1}{1000}$), то достаточно выбрать N так, чтобы $\frac{1}{N} < \varepsilon$ то есть, чтобы N> $\frac{1}{\varepsilon}$. Таким образом каждый отрезок с номером, большем $\frac{1}{\varepsilon}$ приближает 1 с погрешностью, меньше ε. Так как ε произвольно, то следовательно существуют отрезки приближающие 1 с произвольно малой погрешностью, поэтому $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1$.

Это типичный способ доказательства того, что некоторая последовательность $\{a_n\}$ имеет предел g проанализируем это доказательство. Прежде всего рассматриваются произвольный отрезок A_N и произвольный член a_n этого отрезка, то есть член, номер которого больше или равен N. Исследуем разность $|g - a_n|$ и стараемся, зная N определить некоторое число так, чтобы все $|g - a_n|$ были меньше этого числа, как только n $\geq N$, то есть как только a_n принадлежит A_N. В предыдущем примере таким числом было $\frac{1}{N}$.Это число будет определятся некоторым выражением зависящем только от N, а не от n. Заметим, необходимо доказать, что существуют отрезки, для которых соответствующее число произвольно мало. Таким образом если последовательность имеет предел g, то для произвольно $\varepsilon > 0$, у последовательности существует отрез A_N, все члены которого приближают g с погрешностью, меньше ε. Следовательно, единственные члены не приближающие g с погрешностью, меньше ε. Это те, которые не принадлежат отрезку A_N, а лишь их конечное число. И так мы можем высказать следующее утверждение. Если $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = g$ и дано некоторое $\varepsilon > 0$, то лишь конечное число членов последовательности отличается от g на ε или больше чем на ε [1, с. 30].

Обратно: если для данной последовательности $\{a_n\}$ доказано существование такого числа g, что для произвольно выбранного $\varepsilon > 0$ лишь конечное число членов этой последовательности отличается от g не меньше чем на ε, то $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = g$.

В самом деле выбрав, произвольное число $\varepsilon > 0$, мы можем утверждать, что у последовательности существует отрезок A_N, не содержащий ни одного из конечного числа указанных членов; следовательно, все члены этого отрезка приближают g с погрешностью, меньше ε [7, с. 169].

Приведенное выше рассуждение часто используется для доказательства того, что некоторое число есть предел последовательности [4].

3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n+1}{5n+2} = \frac{3}{5}$

Возьмем произвольное число $\varepsilon > 0$ и исследуем, сколько членов отличается от $\frac{3}{5}$ не меньше чем на ε. С этой целью изучим разность $\left|\frac{3}{5} - a_n\right| = \left|\frac{3}{5} - \frac{3n+1}{5n+2}\right| = \left|\frac{1}{25n+10}\right| = \frac{1}{25n+10}$ [3, с. 60].

То есть только те члены отличаются от $\frac{3}{5}$ не меньше чем на ε, для которых $\frac{1}{25n+10} \geq \varepsilon$ (здесь n номер рассматриваемого члена), отсюда $25n + 10 \leq \varepsilon, 25n \leq \frac{1}{\varepsilon} - 10$ n $\leq \frac{\frac{1}{\varepsilon}-10}{25}$. Однако только конечное число натуральных чисел, не превосходящих в частности числа $\frac{\frac{1}{\varepsilon}-10}{25}$ либо не вовсе (например для $\varepsilon = 5$, $\varepsilon = \frac{1}{20}$) либо лишь конечное число. Таким образом, неравенство $\left|\frac{3}{5} - a_n\right| \geq \varepsilon$ будет выполняться только для конечного числа членов, отсюда видно, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \frac{3}{5}$ [6, с. 83].

Сходимость подпоследовательностей. Каждая подпоследовательность сходящейся последовательности имеет тот же предел, что и первоначальная последовательность. Замечание: подпоследовательность получается из данной последовательности путем извлечения бесконечного числа ее членов в том порядке в каком они находились первоначально. Пример 1: рассмотрим последовательность $\left\{a_n = \frac{1}{n}\right\}$. Выберем из нее новую последовательность $\{b_n\}$ $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \ldots$ так, что $b_n = \frac{1}{2n-1}$.

Доказательство: Пусть $\{a_n\}$ первоначальная последовательность сходящаяся к пределу g, а $\{b_n\}$ – ее подпоследовательность. Для произвольного $\varepsilon > 0$ выберем такой отрезок B_k последовательности $\{b_n\}$ так как $\{b_n\}$ подпоследовательность последовательности $\{a_n\}$. В связи с этим B_k также приближает g с погрешность меньше ε это означает, что $\lim_{n\to\infty} b_n = g$. Пример 2: Последовательность $\left\{\frac{3n+1}{5n+2}\right\}$ сходятся к пределу $\frac{3}{5}$ поэтому последовательности $\left\{\frac{3(n^2+n)+1}{5(n^2+n)+2}\right\}\left\{\frac{3(2n+1)+1}{5(2n+1)+2}\right\}$ $\left\{\frac{3\ 2^{n^2}+1}{5\ 2^{n^2}+1}\right\}$ являющиеся ее подпоследовательностями, имеют тот же самый предел [5].

Список литературы / References

1. *Абдулнагимов А.И., Кривошеев А.С.* Правильно распределенные подмножества в комплексной плоскости // Алгебра и анализ, 2016. Т. 28. № 4. С. 1–46.
2. *Левин Б.Я.* Распределение корней целых функций. М.: Гостехиздат, 1956. Т. 26. № 2. С. 45–64.
3. *Кондратюк А.А.* Целые функции с конечной максимальной плотностью нулей // I Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения». Харьков, 1970. Вып. 10. С. 57–70.
4. *Кривошеева О.А.* Особые точки суммы ряда экспоненциальных мономов на границе области сходимости // Алгебра и анализ, 2011. Т. 23. № 2. С. 162–205.
5. *Кривошеева О.А., Кривошеев А.С.* Критерий выполнения фундаментального принципа для инвариантных подпространств в ограниченных выпуклых областях комплексной плоскости // Функц. анализ и его прил., 2012. Т. 46. № 4. С. 14–30.
6. *Кривошеев А.С.* Фундаментальный принцип для инвариантных подпространств в выпуклых областях // Известия РАН. Серия математическая, 2004. Т. 68. № 2. С. 71–136.
7. *Кривошеева О.А., Кривошеев А.С., Абдулнагимов А.И.* Целые функции экспоненциального типа. Ряды Дирихле. Монография. Уфа, РИЦ БашГУ, 2015. 196 с.