

APPLIED PROBLEMS FOR THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL THINKING OF PUPILS IN THE "SCHOOL- UNIVERSITY" SYSTEM

Baltabaeva R.B.¹, Eshmuratova Z.S.², Halnazarova Z.A.³
(Republic of Uzbekistan) Email: Baltabaeva518@scientifictext.ru

¹Baltabaeva Rano Bekbaulievna - Asistant teacher,
department of applied mathematics,
Karakalpak State University, Nukus;

²Eshmuratova Zakira Seydullaevna - teacher of mathematic;

³Halnazarova Zuhra Abatovna - teacher of mathematic,
Secondary state school specialized in Mathematics № 55,
Kegeyli district,
Republic of Karakalpakstan,

Abstract: this article proves the necessity and fundamental possibility for students to learn the concepts of "model", "modeling", "mathematical model"; highlights the main elements of the process of building mathematical models, analyzes its operational structure; develops methodological support for the use of blocks of applied problems for the implementation of the formation and development of mathematical thinking of students. This leads to the development and improvement of such qualities of the mind as flexibility, depth, stability, independence, which in turn contributes to the development of the qualities of mathematical thinking: flexibility (unconventionality), originality, rationality, criticality, evidence, etc.

Keywords: applied problems, mathematical modeling, applied orientation, formalization, interpretation.

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ В СИСТЕМЕ «ШКОЛА-ВУЗ»

Балтабаева Р.Б.¹, Эшмуратова З.С.², Халназарова З.А.³
(Республика Узбекистан)

¹Балтабаева Рано Бекбаулиевна - ассистент,
кафедра прикладной математики,

Каракалпакский государственный университет, г. Нукус;

²Эшмуратова Закира Сейдуллаевна - учитель математики;

³Халназарова Зухра Абатовна - учитель математики,
Общеобразовательная государственная школа специализированная по
математике № 55,
Кегейлийский район,
Республика Каракалпакстан

Аннотация: в этой статье доказана необходимость и принципиальная возможность усвоения учащимися понятий «модель», «моделирование», «математическая модель»; выделены основные элементы процесса построения математических моделей, дан анализ его операционного состава; разработано методическое обеспечение использования блоков прикладных задач для реализации формирования и развития математического мышления учащихся. Это приводит к развитию и совершенствованию таких качеств ума, как гибкость, глубина, устойчивость, самостоятельность, что, в свою очередь, способствует выработке качеств математического мышления: гибкости (нешаблонности), оригинальности, рациональности, критичности, доказательности и т.д.

Ключевые слова: прикладные задачи, математическое моделирование, прикладное направление, формализация, интерпретация.

В настоящее время президентом нашей страны в целях укрепления сотрудничества между высшим учебным заведением и общеобразовательной школой разработан ряд законов (протокол заседания Администрации Президента Республики Узбекистан № 15 от 28 августа 2019 года) по усилению интереса учащихся общеобразовательных школ к науке и профессии и дальнейшему повышению ответственности учителей. Вместе с тем, в целях определения приоритетных направлений системного реформирования общего среднего и внешкольного образования в Республике Узбекистан, повышения духовно-нравственного и интеллектуального развития подрастающего поколения на качественно новый уровень, внедрения в учебно-воспитательный процесс инновационных форм и методов образования утверждена Концепция развития системы народного образования Республики Узбекистан до 2030 года[1]. В связи с этим преподавание точных и естественных наук в школе и университете становится актуальным с точки зрения преемственности, непрерывности. Мы разработали модель для следующих пунктов этой концепции:

Достижение к 2030 году Республики Узбекистан в числе первых 30 передовых стран мира по рейтингу Международной программы по оценке достижений учащихся в сфере образования PISA (The Programme for International Student Assessment);

совершенствование методики поэтапного внедрения, индивидуализация принципов поэтапного обучения в учебно-воспитательные процессы;

внедрение современных информационно-коммуникационных технологий и инновационных проектов в сферу народного образования;

В настоящее время в педагогической теории и практике широко обсуждаются вопросы интенсификации умственного развития учащихся. В центре большинства дидактических исследований последних лет находятся вопросы: как сделать обучение максимально развивающим

мышление, все познавательные способности учащихся, как научить их мыслить? Знаменательным для нашего времени является то, что происходит чрезвычайно интенсивная и плодотворная экспансия математической мысли. Можно говорить о победном шествии математической мысли по всей системе человеческих знаний и о глубоком преобразовании системы человеческих знаний под воздействием математической мысли. Преподавание математики в средней школе, ориентированное на развитие личности учащихся, вносит определяющий вклад в умственное развитие человека, развитие его мышления. В психологических, педагогических, методических исследованиях путь решения проблемы развития математического мышления учащихся связывается с решением задач как основным методом обучения, методом приобретения учащимися новых знаний. Среди задач особое внимание уделяется прикладным задачам, с помощью которых происходит ознакомление учащихся с соотношениями реального мира и его математическими моделями, поскольку абстрактная математическая модель, в которой отброшено всё несущественное, позволяет глубже понять суть вещей. Поэтому мы рассматриваем прикладную задачу в качестве одного из средств формирования математического мышления учащихся.

Прикладная направленность школьного курса математики явно недостаточна для реализации целей математического образования, поскольку в курсе алгебры формируется математический аппарат, обслуживающий практически лишь внутренние потребности курса математики и в меньшей степени других школьных предметов, а основной упор курса геометрии сделан на дедуктивные рассуждения, основой которых является аксиоматический метод. Создаются экспериментальные программы (Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, Л.Г. Петерсон, В.А. Гусев, А.Г. Мордкович и др.), ставящие своей целью создание системы развивающего обучения математики, при реализации которых в сознании и деятельности учащихся формируется комплекс математических понятий, отражающих потребности человека, обеспечивающий оптимальные условия существования человека в окружающем мире, отражающий закономерности этого мира. При этом главным является не только достаточно богатое и интеллектуально ёмкое содержание и соответствующие способы мыслительной деятельности учащихся, но и практическая ориентация изучения математики, позволяющая превратить в глазах учащихся этот предмет в интересный и полезный. Реализация подобных устремлений связана с обучением школьников построению, исследованию и применению математических моделей окружающего мира. В обширной литературе последних лет [2-5] проводится анализ метода моделирования, исследуются возможности применения его в отдельных науках – естественных науках, технике, биологии, лингвистике, экологии, медицине, экономике и др.

С логической точки зрения метод моделирования представляет собой переход от знания одного объекта к познанию другого или других объектов. Модель-некоторая реально существующая или мысленно представляемая система, которая замещая и отображая в познавательных процессах другую систему- оригинал- находится с ней в отношении сходства (подобия), благодаря чему изучение модели позволяет получить информацию об оригинале.

По существу, почти любая тема школьного курса математики заканчивается построением некоторой математической модели, причём для её построения используются как индуктивные, так и дедуктивные методы. Получая в результате рассуждений некоторую формулу, график, алгоритм и т.п., мы тем самым имеем дело с моделированием и чем значимей объект, тем желательней больше его интерпретаций, раскрывающих познавательный образ с разных сторон.

Осуществление прикладной направленности школьного курса математики теснейшим образом связано с применением математического моделирования. Это было отмечено Б.В.Гнеденко, С.Л.Соболевым, А.Н.Тихоновым и другими. С.Л.Соболев по этому поводу писал [6, с.15]: "Практическая направленность курса математики в наше время означает прежде всего то, что учащихся надо познакомить с соотношениями между явлениями реального или проектируемого мира и его математическими моделями. Школьников надо практически научить строить математические модели для встречающихся жизненных явлений."

Исследование прикладных задач обычно начинается с построения и анализа простейшей, наиболее грубой математической модели рассматриваемого объекта. Однако в дальнейшем часто возникает необходимость уточнить модель, сделать её соответствие объекту более полным. Это может быть обусловлено различными причинами: требованием более высокой точности, появлением новой информации об объекте, которую нужно отразить в математической модели, расширением диапазона параметров, выводящих за пределы применимости исходной модели и т.д.

В исследованиях по методике преподавания математики [7] поставлен вопрос о необходимости явного вовлечения в школьный курс математики понятий "модель", "моделирование*", доказана необходимость обучения школьников математическому моделированию, разработана общая методологическая схема обучения построению математических моделей, определено содержание основных понятий, необходимых для формирования представлений о математическом моделировании; отмечено, что отражение в школьном курсе математики элементов математического моделирования способствует решению ряда важных педагогических задач:

- а) совершенствование прикладной направленности;

б) формирование элементов математической культуры и общей культуры;

в) усвоение межпредметных связей и др.

В этих и других исследованиях поставлен и решён ряд важных педагогических задач, связанных с обучением моделированию и использованием его как средства учебного познания:

доказана необходимость и принципиальная возможность усвоения учащимися понятий "модель", "моделирование", "математическая модель";

выделены основные элементы процесса построения математических моделей, дан анализ его операционного состава;

определено содержание, на котором наиболее целесообразно обучать школьников построению математических моделей (изучение новых математических понятий и решение прикладных задач);

установлено, что использование неэквивалентных моделей одного и того же понятия повышает эффективность его усвоения;

раскрыты иллюстративная и эвристические функции моделирования;

показано, что целенаправленное использование представлений о математическом моделировании способствует решению таких педагогических задач как формирование у школьников диалектико-материалистического мировоззрения, воспитание творческих способностей, усиление межпредметных связей и связей обучения с практикой и т.д.;

ищутся конкретные методические пути обучения учащихся умению строить математические модели.

Прикладную математику можно охарактеризовать как науку об оптимальном решении математических задач, возникающих вне математики. Соответственно, прикладная задача-это задача, поставленная вне математики и решаемая математическими средствами. Большинство авторов исследований выделяют 3 этапа в решении прикладной задачи:

1) Формализации, т.е. перевода предложенной задачи с естественного языка на язык математических терминов. Этот этап обычно называют построением математической модели задачи;

2) Решение задачи внутри модели;

3) Интерпретации полученного результата, т.е. перевода полученного результата (математического решения) на язык, на котором была сформулирована исходная задача.

Первый этап является для учащихся самым трудным. Причина этих трудностей заключается в том, что для перевода задачи с естественного языка на математический требуется иметь достаточно высокий уровень умения абстрагировать, что связано с формированием и развитием математического мышления. Отвлечение от реального объекта, его свойств и переход к математическому объекту- операция сложная, поэтому умению переводить задачу с естественного языка на математический должно быть уделено первостепенное внимание.

В существующей школьной практике первый и третий этапы моделирования практически полностью опускают, считая, что задачей школьного курса математики является лишь изучение математических теорий и решение задач, основным назначением которых является закрепление знаний этих теорий. Происходит неоправданный перекося в сторону второго этапа - изучения математических моделей. Мы полагаем, что школьная программа по математике должна быть построена таким образом, чтобы в ней последовательно проводилась идея математического моделирования с уделением адекватного современным целям обучения математике внимания всем трём основным этапам моделирования. При этом мы исходим из того, что предмет математики в настоящее время становится не только средством формирования логической и вычислительной культуры учащихся, но и средством введения ребят в мир будущих профессий, связанных или с материальным производственным трудом или с деятельностью в сфере духовной общественной жизни.

Во многих исследованиях (Р.А.Майер и др.) подчёркивается, что в имеющихся в школьных учебниках и учебных пособиях прикладных задачах ученикам приходится самим и строить модель и исследовать её, и, наконец, интерпретировать. Это требует от ученика больших усилий и затрат времени, в итоге в школе такие задачи почти не решают.

Как уже отмечалось, самым сложным для учащихся является первый этап- создание математической модели. Выработка навыков в построении математической модели должна осуществляться на протяжении всего времени изучения курсов алгебры, начал анализа и др., а не концентрироваться в каких-либо отдельных темах этих курсов. Сами задачи должны максимально использовать опыт учащихся, их живой интерес к явлениям природы, склонность к наблюдениям. В школе часто приходится решать задачи, приводящие к динамическим моделям, т.е. к моделям, которые постоянно уточняются, обновляются в зависимости от варьирования параметров моделируемого явления. Приведём пример, как можно формировать у учащихся представление о развитии и уточнении построенной математической модели.

Пример. Для размещения склада требуется огородить участок прямоугольной формы наибольшей площади, имеющейся сеткой длиной 80 м. Найдите размеры участка.

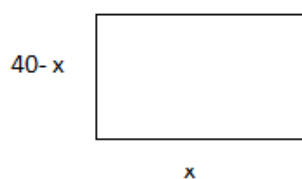


Рис. 1. Прямоугольник

Решение. I этап (формализация). Построим математическую модель объекта.

Обозначив через x метров длину одной из сторон прямоугольника, получим $(40 - x)$ метров-длина другой стороны прямоугольника (рис.1), тогда площадь $S(x)$ прямоугольника выразится формулой: $S(x) = x(40 - x)$, $x = (0; 40)$. Математическая модель задачи получена.

II этап (Решение задачи внутри модели). Построим график полученной зависимости:

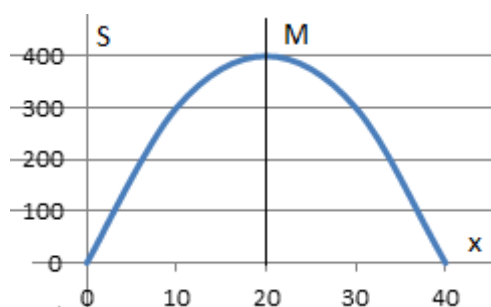


Рис. 2. Парабола

$S(x) = x(40 - x)$ в прямой угольной системе координат (xOS). Графиком является парабола (рис 2.), ветви которой направлены вниз, а координаты вершины M параболы $M(20;400)$. Ясно, что наибольшее значение функции $S(x)$ равно 400. Оно достигается при $x = 20$.

III этап(интерпретация). Переведём результат с математического языка на язык реальной задачи. Поскольку одна сторона склада имеет длину 20 метров, то длина другой стороны $40 - x = 40 - 20 = 20$ (м).Следовательно, максимальное значение площади склада получим тогда, когда он имеет форму квадрата.

Затем проводим работу, цель которой- обратить внимание учащихся на возможную динамичность процесса математического моделирования. Для этого вводим дополнительные условия, соответствующие реальной ситуации, например: “как правило склад строится не на пустом месте, а около каких-то построек. Какие возможны варианты ограждения склада?”. Рассмотрим эти случаи :

- 1) Склад примыкает к одной стене (рис. 3)

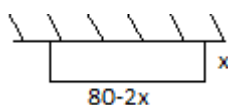


Рис. 3. Форма склада

$S(x) = x(80 - 2x) = 80x - 2xx = 2x(40 - x)$, где x – длина стены, примыкающей к постройке. $S(x)$ достигает максимального значения при $x = 20$; при этом длина другой стороны будет 40, максимальная площадь склада $20 \times 40 = 800(\text{м}^2)$.

2) Склад примыкает одновременно к двум стенкам (рис. 4)

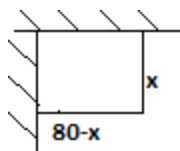


Рис. 4. Форма склада

Выражение площади в этом случае: $S(x) = x(80 - x)$. Максимальное значение функции $S(x)$ достигается при $x = 40$, при этом $S = 1600(\text{м}^2)$

3) Склад примыкает к трем стенам (рис .5)

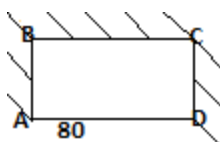


Рис. 5. Форма склада

Если $AB > 20$, то значение площади склада получается больше значения площади всех предыдущих случаях.

Если отбросить гипотезу о полном использовании сетки, вполне реальной может оказаться ситуация, когда на территории завода можно отыскать место, где $AD < 80$, а значение $S = AD \times AB > 1600 (\text{М}^2)$. Например, $AD = AB = 60$, при этом $S = 3600(\text{М}^2)$, что гораздо больше наилучшего теоритического результата.

Естественно, что при решении такого типа задач у учащихся вырабатываются навыки и умения анализировать и синтезировать, обобщать и вычленять частичные случаи, сравнивать и получать следствия.

Список литературы / References

1. Концепция развития системы народного образования Республики Узбекистан до 2030 года - Президент Республики Узбекистан, 29 апреля 2019 года. ПФ-5712.
2. Алиханов С. Проблема обобщения геометрических знаний учащихся 8-летней школы: Автореф...дисс. канд. пед.наук. Ташкент; 1978. 18 с.
3. Гамезо М.В. Знаки и знаковое моделирование в познавательной деятельности: Дисс.докт. псих.наук. М., 1997. 373 с.

4. *Груденов Я.И.* Совершенствование методики работы учителя математики. М.: Просвещение, 1990. 224 с.
5. *Ительсон Л.Б.* Математическое моделирование в психологии и педагогике // Вопросы философии, 1965. № 3. С. 58-68.
6. *Соболев С.Л.* Судить по конечному результату // Математика в школе, 1984. № 3. С. 15-19.
7. *Морозов Г.М.* Проблема формирования умений, связанных с применением математики: Дисс... канд. пед. наук. М., 1978. 150 с.
8. *Майер Р.А.* Задачи, направленные на развитие функционального стиля мышления школьников // Роль и место задач в обучении математике. М., 1973. С. 36-50.