

INVERSE PROBLEM APPLICATION FOR CALCULATION OF CONTOUR PRESSURE OF THE OILFIELD TAKING NEAR-WELL ZONE INTO ATTENTION

Mazyarkina S.Yu. (Republic of Kazakhstan)
Email: Mazyarkina511@scientifictext.ru

*Mazyarkina Svetlana Yuryevna - Master Student,
DIRECTION: ENGINEERING AND TECHNOLOGY,
MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING DEPARTMENT,
INTERNATIONAL INFORMATION TECHNOLOGY UNIVERSITY,
ALMATY, REPUBLIC OF KAZAKHSTAN*

Abstract: *this article presents mathematical model for calculating the pressure of the oil well (a direct problem for calculating reservoir pressure with regard to the bottomhole zone, as well as the inverse problem for determining the contour pressure as a coefficient while minimizing the Lagrange's functional). In the paper, the difference direct and conjugate problems are solved. The grid method is used to rewrite functions in a discrete form. The numerical solution is performed by applying a sweep algorithm (Thomas method). The software implementation is performed by using the Java programming language. The results of calculations are given and analyzed taking into account the influence of various parameters of the reservoir. The main graphs constructed on the basis of the solution of the inverse coefficient problem with the interpretation of the results obtained are attached in the paper.*

Keywords: *oil modeling, contour pressure, inverse problem, coefficient problem, swipe method.*

ПРИЛОЖЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ КОНТУРНОГО ДАВЛЕНИЯ С УЧЕТОМ ПРИЗАБОЙНОЙ ЗОНЫ НЕФТЯНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

Мазяркина С.Ю. (Республика Казахстан)

*Мазяркина Светлана Юриевна - студент - магистрант,
Направление: техника и технологии,
кафедра математического и компьютерного моделирования,
Международный университет информационных технологий,
г. Алматы, Республика Казахстан*

Аннотация: *в данной статье рассматривается математическая модель для расчета давления нефтяной скважины (прямая задача для вычисления пластового давления с учетом призабойной зоны, а также обратная задача для нахождения контурного давления как коэффициента при минимизации функционала Лагранжа). В работе приведены к решению*

разностные прямая и сопряженная задачи. Используется метод сеток для перехода функций к дискретному виду. Численное решение производится путем применения алгоритма прогонки (метод Томаса). Программная реализация осуществлена при помощи языка программирования Java. Приведены и проанализированы результаты вычислений с учетом влияния различных параметров пласта. Приложены основные графики, построенные на основании решения обратной коэффициентной задачи с интерпретацией полученных результатов.

Ключевые слова: моделирование нефти, контурное давление, обратная задача, коэффициентная задача, метод прогонки.

Introduction

Методы исследования нефтяных месторождений, основанные на изучении нестационарного изменения забойного или контурного давления пласта, тесно связаны с теорией упругого режима движения вязких жидкостей. Когда одна из скважин на месторождении останавливается или запускается, происходит процесс восстановления давления на ее дне или на прилежащих скважинах месторождения. Этот процесс зачастую занимает длительное время, но позволяет строить графики, отображающие текущее состояние пластового давления. На практике эти графики дают возможность оценить также влияние пластовых характеристик, проницаемостей пластовых зон на кривую давления.

Метод математического моделирования позволяет найти теоретические пути решения задачи для оценки влияния тех или иных факторов (например, засорение призабойной зоны) на состояние месторождения, его продуктивность и значения давления на контуре или забое. Данная тема ранее была освещена в работе Хайруллина М. Х., Хисамова Р. С., Шамсиева М. Н., Фархуллина Р.Г. о гидродинамических исследованиях [1].

Problem statement

Оценка контурного давления при решении коэффициентной обратной задачи, ранее поставленной в [1], осуществляется путем минимизации функционала:

$$J(P_c) = \int_0^{t_{max}} (\varphi(t) - P(r_w, t))^2 dt, \rightarrow min \quad (1)$$

Где $\varphi(t)$ - ранее измеренное значение забойного давления, $P(r_w, t)$ - вычисленное значение забойного давления.

Для поиска пластового давления будет применена полученная ранее в работе Хайруллина М.Х., Хисамова Р.С., Шамсиева М.Н., Фархуллина Р.Г математическая модель:

$$H\beta^* \frac{\partial P(r,t)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\sigma(r)r \frac{\partial P(r,t)}{\partial r} \right), \quad (2)$$

$$P(r, 0) = P_0(r) \quad (3)$$

$$2\pi(\sigma(r)r \frac{\partial P(r,t)}{\partial r})|_{r=r_w} = Q(t) \quad (4)$$

$$P(R, t) = P_c \quad (5)$$

где H – толщина нефтяного пласта, $P_0(r)$ – функция распределения давления в начальный момент времени исследования, β^* – коэффициент сжимаемости, $\sigma(r)$ – гидропроводность залежи, r_w – радиус скважины.

Задача определена в области $G = (r_w; R) \times (0, t_{max})$.

Гидропроводность пласта принимает следующие значения для призабойной и оставшейся части пласта:

$$\sigma(r) = \begin{cases} \sigma_1, & r_w \leq r \leq R_1 \\ \sigma_2, & R_1 \leq r \leq R \end{cases} \quad (6)$$

Метод сеток

Давление определено в области $G = (r_w; R) \times (0, t_{max})$. Но вместо радиальной координаты будем использовать замену:

$$u = \ln\left(\frac{r}{r_w}\right), u \in [0; \ln\left(\frac{R}{r_w}\right)] \quad (7)$$

$$u_{max} = \ln\left(\frac{R}{r_w}\right) \quad (8)$$

То есть, $r = r_w e^u$.

Введем сетку для новой области $G_1 = (0; u_{max}) \times (0, t_{max})$. Каждый сегмент $(r_w; R)$ и $(0, t_{max})$ делится на N и M частей соответственно, но для $(0; u_{max})$ будет использована логарифмическая зависимость:

$$\Delta t = \frac{t_{max}}{M}; t_j = j\Delta t; j = 0, 1, \dots, M \quad (9)$$

$$u_i = \ln\left(\frac{i(R - r_w)}{N r_w}\right); i = 0, 1, \dots, N \quad (10)$$

Таким образом, область решения покрывается равномерной по времени и неравномерной по радиусу сеткой, сгущающейся к забою скважины.

С учетом произведенной замены, задача (2) – (5) будет изменена:

$$H\beta^* \frac{\partial P(u,t)}{\partial t} = \frac{1}{r_w^2 e^{2u}} \frac{\partial}{\partial u} \left(\sigma(u) \frac{\partial P(u,t)}{\partial u} \right) \quad (11)$$

$$P(u, 0) = P_0(u) \quad (12)$$

$$2\pi(\sigma(u) \frac{\partial P(u,t)}{\partial r})|_{u=0} = Q(t) \quad (13)$$

$$P(u_{max}, t) = P_c \quad (14)$$

Положим, для $\forall(u, t) \in (0, u_{max}) \times (0; t_{max})$ имеем анти-параболическое уравнение:

$$H\beta^* \frac{\partial \psi(u,t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial u} \left(\sigma(u) \frac{1}{r_w^2 e^{2u}} \frac{\partial \psi(u,t)}{\partial u} \right) = 0 \quad (15)$$

с начальным

$$\psi(u, t_{max}) = 0 \quad (16)$$

и граничными условиями:

$$\psi(u_{max}, t) = 0 \quad (17)$$

$$\pi\sigma(u)\frac{\partial\psi(0,t)}{\partial u} = \varphi(t) - P(0,t). \quad (18)$$

Таким образом, (15)-(18) есть сопряженная задача.

Итерационная формула для вычисления контурного давления в следующей итерации:

$$P_c^{n+1} = P_c^n + 2\pi\gamma_n \int_0^{t_{max}} \sigma(u) \frac{\partial\psi(u_{max},t)}{\partial u} dt \quad (19)$$

Критерий остановки процесса вычисления коэффициента: $|J(P_c^{n+1}) - J(P_c^n)| < \varepsilon$, где ε - заданное положительное число.

Положим, $P(u_i, t_j) \approx P_i^j$. С учетом этого, запишем прямую разностную задачу:

$$\begin{aligned} H\beta^* \frac{P_i^{j+1} - P_i^j}{\Delta t} &= \frac{1}{r_w^2 e^{2u_{i+0.5}}} \left(\sigma(u_{i+0.5}) \frac{P_{i+1}^{j+1} - P_i^{j+1}}{\Delta u^2} \right) \\ &\quad - \frac{1}{r_w^2 e^{2u_{i-0.5}}} \left(\sigma(u_{i-0.5}) \frac{P_i^{j+1} - P_{i-1}^{j+1}}{\Delta u^2} \right), \\ i = 1, 2, \dots, N-1; j = 0, 1, \dots, M-1 \end{aligned} \quad (20)$$

$$P_i^0 = P_o(u_i), i = 0, 1, \dots, N \quad (21)$$

$$P_N^{j+1} = \begin{cases} P_c - \text{заданное, при } n = 0 \\ P_c^n, n \neq 0 \end{cases}, j = 0, 1, \dots, M-1 \quad (22)$$

$$2\pi \left(\sigma(0) \frac{P_1^{j+1} - P_0^{j+1}}{\Delta u} \right) = Q(t_{j+1}), j = 0, 1, \dots, M-1 \quad (23)$$

Для численного решения применим формулу прогонки [2]:

$$P_{i+1}^{j+1} = \alpha_i P_i^{j+1} + \beta_i \quad (24)$$

И из (22) мы имеем:

$$\alpha_{N-1} = 0; \beta_{N-1} = \begin{cases} P_c - \text{заданное, при } n = 0 \\ P_c^n, n \neq 0 \end{cases} \quad (25)$$

Остальные коэффициенты вычисляются по формуле, полученной из основного уравнения (20):

$$\alpha_{i-1} = \frac{\sigma(u_{i-0.5})}{r_w^2 e^{2u_{i-0.5}\Delta u^2}} \div \left(\frac{H\beta^*}{\Delta t} - \alpha_i \frac{\sigma(u_{i+0.5})}{r_w^2 e^{2u_{i+0.5}\Delta u^2}} + \frac{\sigma(u_{i-0.5})}{r_w^2 e^{2u_{i-0.5}\Delta u^2}} + 1 \right), i = N-1, N-2, \dots, 1; j = 0, 1, \dots, M-1 \quad (26)$$

$$\beta_{i-1} = \left(\frac{H\beta^* P_i^j}{\Delta t} + \frac{\sigma(u_{i+0.5})}{r_w^2 e^{2u_{i+0.5}\Delta u^2}} \beta_i \right) \div \left(\frac{H\beta^*}{\Delta t} - \alpha_i \frac{\sigma(u_{i+0.5})}{r_w^2 e^{2u_{i+0.5}\Delta u^2}} + \frac{\sigma(u_{i-0.5})}{r_w^2 e^{2u_{i-0.5}\Delta u^2}} + 1 \right), i = N-1, N-2, \dots, 1; j = 0, 1, \dots, M-1 \quad (27)$$

Аналогично, для сопряженной задачи положим, что $\psi(u_i, t_j) \approx \psi_i^j$ и преобразуем к разностной форме:

$$H\beta^* \frac{\psi_i^{j+1} - \psi_i^j}{\Delta t} = -\sigma(u_{i+0.5}) \frac{1}{r_w^2 e^{2u_{i+0.5}}} \frac{(\psi_{i+1}^{j+1} - \psi_i^{j+1})}{\Delta u^2} +$$

$$(u_{i-0.5}) \frac{1}{r_w^2 e^{2u_{i-0.5}}} \frac{(\psi_i^{j+1} - \psi_{i-1}^{j+1})}{\Delta u^2}, i = 1, 2, \dots, N-1; j = M-1, M-2, \dots, 0$$

(28)

Начальное условие:

$$\psi_i^M = 0, i = 0, 1, \dots, N \quad (29)$$

Граничные условия:

$$\psi_N^{j+1} = 0, j = M-1, M-2, \dots, 0 \quad (30)$$

$$\pi\sigma(0) \frac{\psi_1^{j+1} - \psi_0^{j+1}}{\Delta u} = \varphi(t_{j+1}) - P(0, t_{j+1}),$$

$$j = M-1, M-2, \dots, 0 \quad (31)$$

Чтобы упростить запись, перепишем уравнение (28) в следующем виде:

$$A_i \psi_{i+1}^{j+1} + B_i \psi_i^{j+1} + C_i \psi_{i-1}^{j+1} = F_i^j, \text{ где} \quad (32)$$

$$A_i = \sigma(u_{i+0.5}) \frac{1}{r_w^2 e^{2u_{i+0.5}}} \Delta u^2 \quad (33)$$

$$C_i = \sigma(u_{i-0.5}) \frac{1}{r_w^2 e^{2u_{i-0.5}}} \Delta u^2 \quad (34)$$

$$B_i = \frac{H\beta^*}{\Delta t} - A_i - C_i \quad (35)$$

$$F_i^j = \frac{H\beta^* \psi_i^j}{\Delta t} \quad (36)$$

Аналогично, для нахождения численного решения, используем метод прогонки:

$$\psi_{i+1}^{j+1} = \zeta_i \psi_i^{j+1} + \eta_i \quad (37)$$

Из условия (30) ясно, что $\zeta_{N-1} = 0$ and $\eta_{N-1} = 0$.

Оставшиеся коэффициенты считаем по формулам:

$$\zeta_{i-1} = -\frac{C_i}{A_i \zeta_i + B_i}, \quad (38)$$

$$\eta_{i-1} = \frac{(F_i^j - C_i \eta_i)}{A_i \zeta_i + B_i}. \quad (39)$$

Теперь возможно найти значения ψ_i^j и рассчитать функционал:

$$J(P_c) = \sum_{j=0}^M \left(\varphi(t_j) - P(0, t_j) \right)^2 \Delta t \quad (40)$$

Интерпретация результатов

Опыт 1. Призабойная зона $R_1 = 1$ м., $\sigma_1 = 0,5\sigma_2$. На рисунке 1 изображены результаты решения прямой разностной задачи – функция распределения пластового давления в разные промежутки времени.

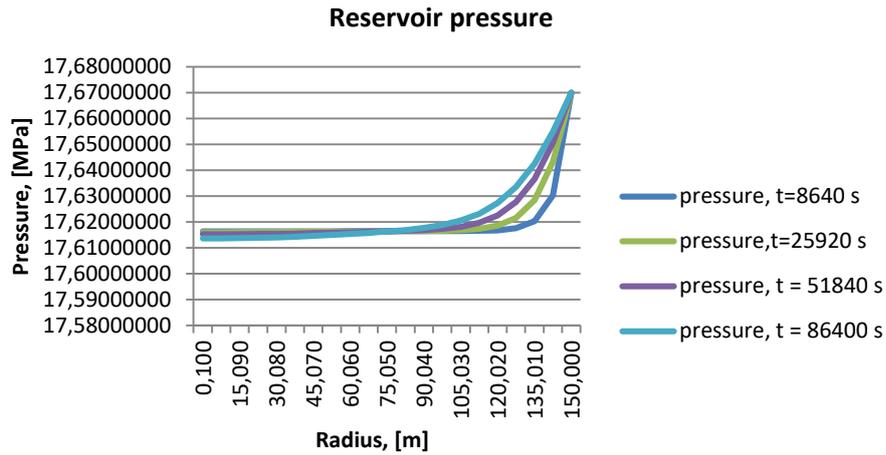


Рис. 1. Распределение пластового давления № 1

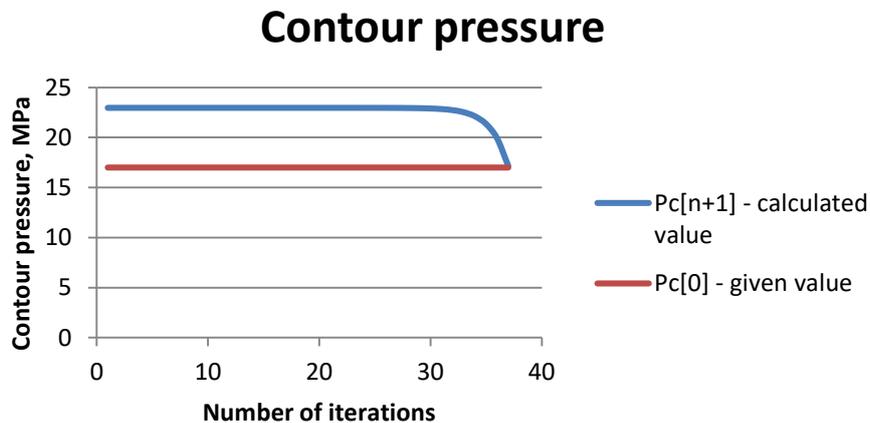


Рис. 2. Контурное давление – сходимость решения

Из рисунка 1 видно, что давление на контуре выше, чем на забое скважины. Это условие необходимо для притока жидкости к призабойной зоне и оно соблюдено.

Рисунок 2 демонстрирует изменение контурного давления в процессе вычисления значений сопряженной задачи. Видно, что функционал уменьшается и решение сходится к заданному точному значению.

То есть, можно говорить о применимости данного метода решения.

Опыт 2. Призабойная зона $R_1 = 7,595$ м., $\sigma_1 = 2\sigma_2$

Reservoir pressure

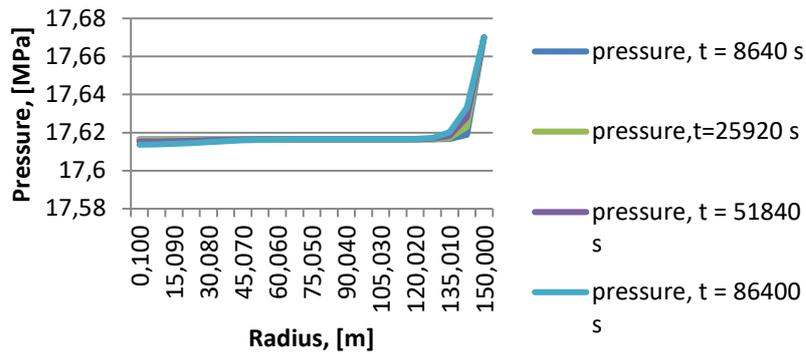


Рис. 3. Распределение пластового давления № 2

С увеличением радиуса призабойной зоны, имеющей другую проницаемость/гидропроводность, изменяется характер распределения давления. Чем шире призабойная зона, тем более резко увеличивается давление вблизи контура питания месторождения. А также изменения в давлении вблизи контура питания становятся менее выраженными по времени.

Рисунок 4 демонстрирует сходимость функционала для вычисления контурного давления, что также говорит о применимости использованного метода решения поставленной задачи.

Contour pressure $\delta a_1 = 2 * \delta a_2, R_1 = 7,595m$

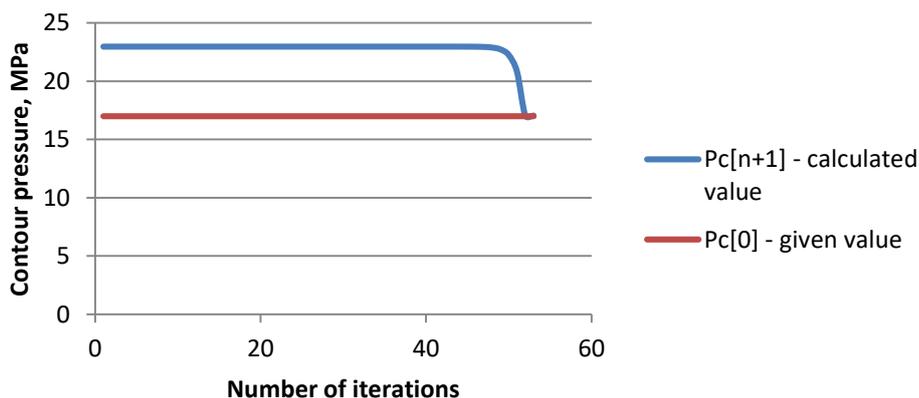


Рис. 4. Контурное давление – сходимость решения № 2

Заключение

После проделанного в процессе написания данной работы исследования, можно сделать заключение о применимости заявленных методов решения задачи и ее практической значимости. Практическая значимость заключается в возможности моделирования различных ситуаций и оценки контурного давления пласта без длительных наблюдений и трудоемкого процесса установки датчиков, на основании теоретической модели.

Список литературы / References

1. *Хайруллин М.Х., Хисамов Р.С., Шамсиев М.Н., Фархуллин Р.Г.* Интерпретация результатов гидродинамических исследований скважин методами регуляризации. М. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»; Институт компьютерных исследований, 2006. 172 с.
2. *Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы: Учеб. пособие для вузов. М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989. 432 с- ISBN 5-02-013996-3.