EVALUATION OF THE TEST POINT DISTRIBUTION LAW

Efromeeva E.V.[1], Yubko A.A.[2] (Russian Federation)
Email: Efromeeva58@scientifictext.ru

Abstract: *this article is devoted to assessing the evaluation of the law of points during testing. Students were tested during three years and statistics were obtained. In order to successfully conduct further testing, it is the question about the correct use of mathematical statistics methods. In any statistical distribution there are elements of randomness, and, as a result, experimental histogram points usually fluctuate from experience to experience around an unknown true distribution curve. However, in the presence of numerical characteristics of a random variable (expectation, variance, coefficient of variation) the laws of its distribution can be find in first approximation.*
Keywords: *testing, random distribution laws, normal distribution.*

ОЦЕНИВАНИЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БАЛЛОВ ЗА ТЕСТИРОВАНИЕ

Ефромеева Е.В.[1], Юбко А.А.[2] (Российская Федерация)

[1]Ефромеева Елена Валентиновна – кандидат технических наук, доцент;
[2]Юбко Алина Александровна – магистрант,
кафедра информационных технологий и вычислительных систем,
институт информационных систем и технологий
Московский государственный технологический университет «Станкин»,
г. Москва

Аннотация: *данная статья посвящена вопросу оценивания закона распределения баллов при прохождении тестирования. В течение трех лет проводилось тестирование студентов и были получены статистические данные. Для того чтобы успешно проводить в дальнейшем тестирование, возник вопрос о корректном использовании методов математической статистики. В любом статистическом распределении присутствуют элементы случайности, и, как следствие, экспериментальные точки гистограммы обычно колеблются от опыта к опыту около неизвестной кривой истинного распределения. Однако при наличии числовых характеристик случайной величины (математического ожидания, дисперсии, коэффициента вариации) законы ее распределения могут быть определены в первом приближении.*
Ключевые слова: *тестирование, законы распределения случайной величины, нормальный характер распределения.*

В настоящее время во многих странах мира в системах образования широко применяется тестирование. Тем самым возникает вопрос, как точно компьютерное тестирование отражает истинные знания студентов и может ли оно обеспечить соблюдение объективности контроля и оценки качества знаний [1]. Наиболее полной, исчерпывающей характеристикой случайной величины является закон распределения – функция (таблица, график, формула), позволяющая определять вероятность того, что случайная величина принимает определенное значение или попадает в некоторый интервал. Вот почему данная тема является актуальной.

В работе была поставлена следующая задача – проанализировать распределение результатов тестирования студентов для дальнейшей работы со статистикой тестирования.

По результатам тестирования получена статистика из n случайных величин (оценок за пройденный тест). Необходимо оценить закон вероятностного распределения величин и подобрать функциональное преобразование $f(X)$ исходных значений X, которое позволило нам принять гипотезу о нормальном характере распределения преобразованных значений.

Оценивание закона распределения – это подготовительный этап, который носит обязательный и важный характер для последующего корректного применения большинства методов математической статистики.

К наиболее распространенным распределениям непрерывных случайных величин относятся:

- равномерное распределение;
- нормальное распределение;
- логнормальное распределение.

Наиболее известными распределениями вероятности для дискретной случайной величины являются:

- схема Бернулли и биномиальное распределение;
- равномерное распределение;
- распределение Пуассона.

Характер основных вероятностных распределений непрерывной и дискретной случайной величины представлен на рис. 1.

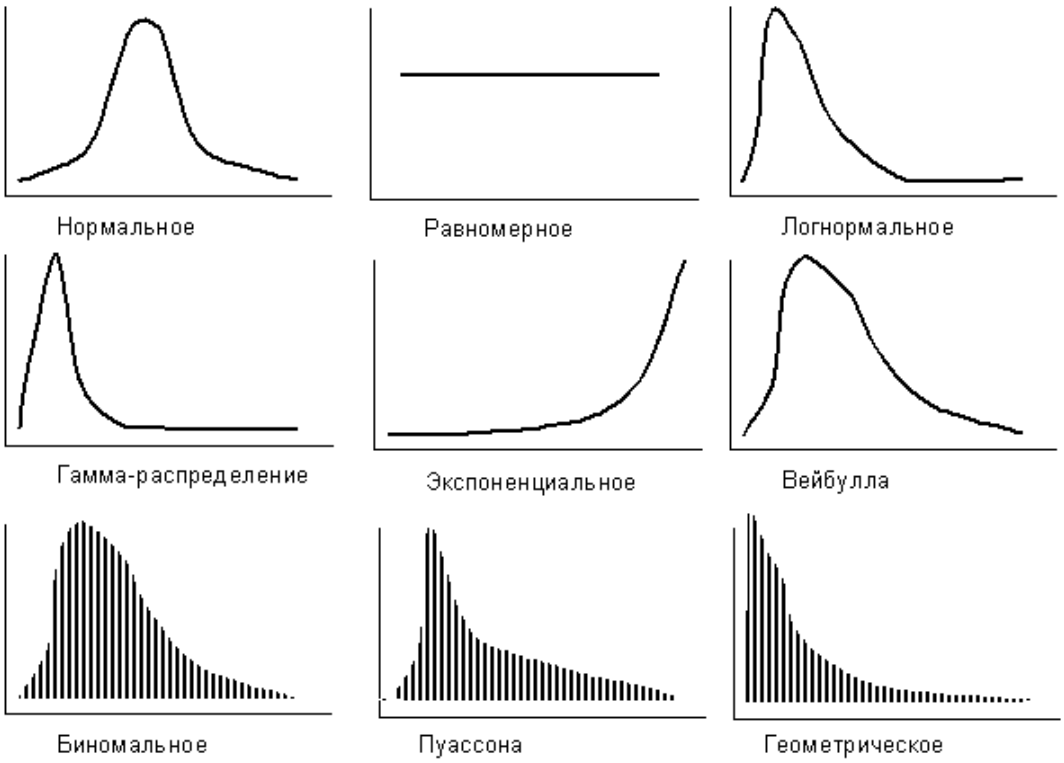

Рис. 1. Основные типы вероятностных распределений случайной величины

В табл. 1 приведено сравнение основных характеристик рассматриваемых распределений.

Таблица 1. Сводная таблица основных числовых характеристик распределений

	Биноминальный закон распределения	**Распределение Пуассона**	**Равномерное распределение**	**Экспоненциальный закон распределения**	**Нормальный закон распределения**
Мат. ожидание	$M(X) = np$	$M(X) = np = \lambda$	$M(X) = \frac{b+a}{2}$	$M(X) = \frac{1}{\lambda}$	$M(X) = \alpha$
Дисперсия	$D(X) = npq$	$D(X) = np = \lambda$	$D(X) = \frac{(b+a)^2}{12}$	$D(X) = \frac{1}{\lambda^2}$	$D(X) = npq$
Функция плотности распределения	$f(x) = f(x \mid p) = p^x q^{1-x}$, $x = \{0,1\}$, $q = 1 - p$	$f(x) = f(x \mid \lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$	$f(x) = \begin{cases} 0, & x > b,\ x < a \\ \frac{1}{b-a}, & a \le x \le b \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \ge 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-M(x))^2}{2\sigma^2}}$
Функция вероятности	$P(X = x) = f(x \mid n, p) = C_n^x p^x q^{n-x}$	$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \le x < b \\ 1, & x \ge b \end{cases}$	----	$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{\frac{-(z-M(x))^2}{2\sigma^2}} dz$

Примечание:
α – среднее арифметическое,
λ – интенсивность или обратный коэффициент масштаба (для экспоненциального

Определим, к какому распределению относится распределение оценок при тестировании.
Тестирование проводилось в течение трех лет [2]:

- в 2016 году – среди 60 студентов;
- в 2017 году – среди 71 студента;
- в 2018 году – среди 66 студентов.

Значение параметра математическое ожидание M было посчитано согласно формуле (1).

$$M = \sum_{i=1}^{n} F_i \, p_i, \qquad (1)$$

где F_i – значение результата тестирования; p_i – вероятность конкретного параметра.

Затем этот параметр сравнили со средним арифметическим значением α согласно формуле (2) по данной выборке.

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_i}{n}, \qquad (2)$$

где n – количество студентов.

Были получены следующие значения, при анализе которых видно, что выполняется условие для нормального распределения $(M(X) = \alpha)$: $M = 31{,}2124,\ \alpha = 31{,}2124$.

Предположим, что данный процесс подходит под нормальное распределение. Для этого рассчитаем среднее квадратичное отклонение σ:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (F_i - M)^2}{n}}. \qquad (3)$$

Вычислим функцию плотности нормального распределения $f(x)$ (кривая Гаусса) с полученными параметрами по формуле:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - M)^2}{2\sigma^2}} \qquad (4)$$

где x_i – значение результата тестирования; M – математическое ожидание; σ – среднее квадратичное отклонение.

Рис. 2. Сравнение плотностей распределения по результатам тестирования

На рис. 2 показано, что данная выборка приближена к нормальному распределению. Можно сделать вывод, что распределение оценок при тестировании подчиняется нормальному закону распределения.

Таким образом, построение и анализ эмпирических графиков и диаграмм позволили установить на первом этапе исследования к какому типу теоретических распределений ближе всего полученное эмпирическое распределение оценок тестирования. Это исследование поможет в дальнейшем выбрать конкретные технические приемы обработки исходных данных. При «правильном» построении теста можно оценивать уровень знаний студентов, для этого следует проводить не только само тестирование, но и анализировать тесты и полученные по ним результаты.

Список литературы / References

1. *Ефромеева Е.В., Казаков И.М.* Использование статистических данных обработки результатов теста в электронной образовательной среде МГТУ «СТАНКИН» // Перспективы развития науки и образования сборник научных трудов по материалам международной научно-практической конференции, 2017. С. 29-33.

2. [Электронный ресурс]. Режим доступа:: http://www.stankin.ru/education/e-education/eos-moodle/ (дата обращения: 05.12.2018).