## FOUR-CORNER ELEMENT WITH UNKNOWN MOVEMENTS AND STRESSES IN KNOTS FOR CALCULATION OF ENGINEERING STRUCTURES Yushkin V.N. (Russian Federation) Email: Yushkin552@scientifictext.ru

Yushkin Vladislav Nikolaevich - Associate Professor, Candidate of Technical Sciences, DEPARTAMENT APPLIED GEODESY, ENVIRONMENTAL MANAGEMENT AND WATER USE, FEDERAL STATE BUDGET EDUCATIONAL INSTITUTION OF HIGHER PROFESSIONAL EDUCATION VOLGOGRAD STATE AGRARIAN UNIVERSITY, VOLGOGRAD

Abstract: the algorithms for obtaining the finite element stiffness matrix in the variant of the displacement method formulation and the formation of the finite element deformation matrix in the mixed formulation of the finite element method using the modified Reissner functional are presented. In the variant of the displacement method, a four-node finite element was used to calculate engineering structures. As the nodal unknowns, movements and their derivatives were taken. The comparison of FEM algorithms in the formulations of the displacement method and the mixed method is performed.

**Keywords:** stiffness matrix, finite element, displacement method, deformation matrix formation, mixed formulation.

## ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНЫЙ ЭЛЕМЕНТ С НЕИЗВЕСТНЫМИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯМИ И НАПРЯЖЕНИЯМИ В УЗЛАХ ДЛЯ РАСЧЕТА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Юшкин В.Н. (Российская Федерация)

Юшкин Владислав Николаевич - доцент, кандидат технических наук, кафедра прикладной геодезии, природообустройства и водопользования, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Волгоградский государственный аграрный университет, г. Волгоград

Аннотация: изложены алгоритмы получения матрицы жесткости конечного элемента в варианте формулировки метода перемещений и формирования матрицы деформирования конечного элемента в смешанной формулировке МКЭ при использовании модифицированного функционала Рейсснера. В варианте метода перемещений использовался четырехузловой конечный элемент для расчета инженерных сооружений. В качестве узловых неизвестных принимались перемещения и их производные. Выполнено сравнение алгоритмов МКЭ в формулировках метода перемещений и смешанного метода.

**Ключевые слова:** матрица жесткости, конечный элемент, метода перемещений, формирования матрицы деформирования, смешанная формулировка.

Расчету инженерных конструкций уделяется особое внимание. В работах [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] представлены современные методы расчетов.

Для расчета осесимметрично нагруженных тел вращения разработан объемный элемент с поперечным сечением в виде произвольного четырехугольника. В качестве узловых неизвестных приняты напряжения и перемещения. Для формирования модифицированной матрицы жесткости элемента использован смешанный принцип Рейсснера [1, 2, 3, 4, 5].

Основные соотношения осесимметричного напряженного состояния. Деформации осесимметрично нагруженного тела вращения определяются зависимостями [3]

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r} \ \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r}; \varepsilon_{zz} = \frac{\partial v}{\partial z}; \gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r}, \tag{1}$$

где  $\mathcal{U},\mathcal{U}$  - радиальное и осевое перемещения точки с радиальной координатой r и осевой

координатой z;  $\mathcal{E}_{rr}$ ,  $\mathcal{E}_{\theta\theta}$ ,  $\mathcal{E}_{zz}$  - радиальная, окружная и осевая деформации;  $\gamma_{rz}$  - деформация сдвига.

Соотношения (1.1) представляются в матричном виде выражением

$$\{\varepsilon\} = [L] \{w\},\$$
 $\varphi \times 1 = \varphi \times 2 = 2 \times 1$ 

где 
$$\left\{\mathcal{E}\right\}^T = \left\{\mathcal{E}_{rr}\mathcal{E}_{\theta\theta}\mathcal{E}_{zz}\mathcal{Y}_{rz}\right\}$$
 - вектор-строка деформаций;  $\left\{w\right\}^T = \left\{uv\right\}$  - вектор строка – перемещений;

[L] - матрица дифференциальных операций.

Деформации являются функциями напряжений и определяются выражениями [3]

$$\varepsilon_{rr} = \frac{1}{E} (\sigma_{rr} - v\sigma_{\theta\theta} - v\sigma_{zz}); \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E} (\sigma_{\theta\theta} - v\sigma_{rr} - v\sigma_{zz});$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} (\sigma_{zz} - v\sigma_{rr} - v\sigma_{\theta\theta}); \gamma_{rz} = \sigma_{rz} \frac{2(1+v)}{E},$$
(2)

где  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\theta\theta}$ ,  $\sigma_{zz}$  - радиальные, окружные и осевые нормальные напряжения;  $\sigma_{rz}$  - касательные напряжения; E – модуль упругости; V - коэффициент Пуассона.

Соотношения (2) представляются в матричном виде выражением

$$\{arepsilon\}=igl[S]\{\sigma\},$$
 где  $\{\sigma\}^T=igl\{\sigma_{rr}\sigma_{ heta heta}\sigma_{zz}\sigma_{rz}\}$ - вектор - строка напряжений;  $[S]$  - матрица податливости.

Функционал Рейсснера  $\Pi_R$ , в котором независимыми величинами являются перемещения и напряжения, имеет вид [2]

$$\Pi_{R} = \int_{V} \left[ \{\sigma\}^{T} [L] \{w\} - \frac{1}{2} \{\varepsilon\}^{T} \{\sigma\} \right] dV - \int_{S_{\sigma}} \{q^{*}\} \{w\} ds - \int_{S_{\sigma}} \left\{\sigma^{*}\right\}^{T} \left( \{w\} - \left\{w^{*}\right\} \right) ds, \qquad (3)$$

где V– объем деформируемого тела вращения;

 $\{q^*\}, \{\sigma^*\}$  - заданные поверхностные и граничные силы;

 $\left\{ w^{*} \right\}$  - заданные перемещения;

 $S_{\sigma}$ ,  $S_{u}$  - поверхности деформируемого тела с заданными силами и перемещениями.

## Список литературы / References

- 1. *Николаев А.П., Юшкин В.Н.* Формирование матрицы жесткости четырехузлового конечного элемента пластины с использованием функционала Рейсснера. Волгоград, 2014. С. 292-295.
- 2. Юшкин В.Н. Расчет пластин на основе МКЭ в смешанной формулировке. Волгоград, 2014. С. 288-292.
- 3. *Николаев А.П., Юшкин В.Н.* МКЭ в смешанной формулировке для расчета инженерно-мелиоративных систем. Волгоград, 2015. С. 463-465.
- 4. *Юшкин В.Н.* Реализация МКЭ в смешанной формулировке и в варианте метода перемещений. International scientific review of the problems and prospects of modern science and educations, Boston. USA, 2018. C. 26-30.
- 5. *Юшкин В.Н.* Реализация МКЭ в смешанной формулировке для расчета гидротехнических сооружений. Волгоград, 2016. С. 196-201.
- 6. *Токмуратов А.М., Мусабаев Т.Т.* Нелинейные уравнения пологих железобетонных оболочек в конечных разностях. Проблемы современной науки и образования № 17. Издательство «Олимп». Иваново, 2017. С. 23-26.
- 7. *Казей И.С., Казей В.В.* Метод интегральных матриц в задаче о балке на упругом основании. Проблемы современной науки и образования. № 21. Издательство «Олимп». Иваново, 2017. С. 6-9.
- 8. *Наширалиев Ж.Т., Кусбекова М.Б., Жусупова Ж.Н., Пермяков М.Б.* Современное состояние методов расчета железобетонных конструкций на действие динамических нагрузок. Проблемы современной науки и образования. № 5. Издательство «Олимп». Иваново, 2017. С. 20-24.