

## THE NATURE OF MATHEMATICAL GIFTEDNESS

Sundukova T.O. (Russian Federation) Email: Sundukova54@scientifictext.ru

*Sundukova Tatiana Olegovna – PhD in Pedagogic sciences, Associate Professor,  
DEPARTMENT OF COMPUTER SCIENCE AND IT,  
LEO TOLSTOY TULA STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY, TULA*

**Abstract:** *in this article, foreign and domestic research in the field of disclosure of the essence of mathematical giftedness and identification of children with this giftedness are considered. Since the field of mathematical giftedness is, as an interdisciplinary field, still under development stage, in this article we are trying to provide answers to a number of questions. What is mathematical giftedness? What is the mathematical giftedness of discovery or creation? What influences the development of mathematical giftedness?*

**Keywords:** *giftedness, mathematical giftedness, talent, mathematical abilities, mathematical giftedness as a discovery, mathematical giftedness as a creation.*

## ПРИРОДА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОДАРЁННОСТИ

Сундукова Т.О. (Российская Федерация)

*Сундукова Татьяна Олеговна – кандидат педагогических наук, доцент,  
кафедра информатики и вычислительной техники,  
Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого, г. Тула*

**Аннотация:** *в данной статье рассмотрены зарубежные и отечественные исследования в области раскрытия сущности математической одаренности и идентификации детей, обладающих данной одаренностью. Поскольку область математической одаренности, как междисциплинарная область, все еще находится в стадии разработки, в этой статье мы пытаемся дать ответы на ряд вопросов. Что такое математическая одаренность? Чем же является математическая одаренность - открытием или созданием? Что влияет на развитие математической одаренности?*

**Ключевые слова:** *одаренность, математическая одаренность, талант, математические способности, математическая одаренность как открытие, математическая одаренность как создание.*

В настоящее время существует множество определений понятия «одаренный ребенок». Некоторые акцентируют внимание на текущем уровне достижений ребенка, который основан на совпадении и взаимодействии между тремя группами особенностей: выше средних способностей, целеустремленности и творчества [23]; в то время как для других показателем является потенциал ребенка, который значительно превышает своих сверстников [12]. Согласно Gagne F. [12], персональные характеристики, такие как мотивация и темперамент, а также окружающая среда и взаимодействие между этими аспектами и врожденной одаренностью, играют важную роль в развитии таланта. Таким образом, некоторые характерные черты должны быть очевидны у потенциально одаренных маленьких детей, а другие выявляются в процессе обучения. Поэтому мы говорим о скрытом потенциале с генетической составляющей с одной стороны, по сравнению с наблюдаемой производительностью, или достижением, или опытом с другой стороны. Таким образом, процесс развития талантов – это прогрессивная трансформация даров в таланты.

В настоящее время существует множество литературы об идентификации одаренных детей. С точки зрения когнитивного поведения должны быть очевидны быстрые темпы обучения, исключительная память, расширенный охват, способность понимать сложные концепции, улучшенные наблюдательные способности, любопытство и продвинутое чувство юмора [13]. Большинство исследований в области одаренности до сих пор были сосредоточены на интеллектуальных и академических аспектах. Однако высокий интеллект и творчество часто сопровождаются личностными факторами, которые влияют на жизнь одаренных детей, такими как: продвинутое моральное суждение; повышенное самосознание; повышенная чувствительность к ожиданиям и чувствам других; перфекционизм; интроверсия; высокие ожидания от себя и других; идеализм и чувство справедливости; и более высокие уровни эмоциональной глубины и интенсивности [8, 27].

Математическая одаренность иногда рассматривается как определенная часть или вид одаренности. Однако сужение внимания от взгляда на одаренность в общем смысле на подмножество математической одаренности необязательно подразумевает учет только подмножества элементов, описывающих одаренность, в общем. В ходе рассмотрения вопроса о математической одаренности возникает много сложностей, поэтому необходимо выделить некоторые специфические для данной области аспекты.

По словам Крутецкого В.А., «математическая одаренность» – это название, данное уникальной совокупности математических способностей, которые открывают возможности успешной работы в

математической деятельности [28]. Его всесторонние исследования математических способностей были направлены на изучение природы и развития математических способностей. Он определил способность как личную черту, позволяющую быстро и качественно выполнять задания и сопоставляет ее с привычкой или навыком, которая связана с качествами или особенностями деятельности человека. Крутецкий В.А. [28] использует термин «математический ум», чтобы описать склонность математически одаренных учащихся к восприятию мира через математическую призму. Это означает, что одаренные и талантливые учащиеся-математики обладают, среди прочих возможностей, способностью к быстрому и широкому обобщению математических отношений и операций, а также гибкостью психических процессов.

Учитывая предметную специфичность математической одаренности, она всегда подразумевает набор определенных математических способностей и личностных качеств. Однако, рассматривая данную тему в разное время и в разных культурных контекстах, мы получаем изменения определений, соответствующих «закону культурной дифференциации» [16]. Таким образом, разные понятия математики определяют разные понятия математической одаренности или, как выразился Freudenthal Н., «Определение математики меняется. Каждое поколение и каждый выдающийся математик в этом поколении формулируют свое определение, соответствующее его навыкам и знаниям» [17]. Следовательно, преобладающие философские представления о математике влияют на концепцию математической одаренности, что означает наличие структурной связи между математической одаренностью и самой математикой.

Перечень параметров, представляющих собой необходимые аспекты математической одаренности, обычно разделяют на способности, специфичные для математики, с одной стороны (такие как: математическая чувствительность, исключительная память, быстрое овладение и структурирование контента, нетипичное решение задач, склонность к абстракции, интерес и удовольствие от математики, способность выявлять закономерности и взаимосвязи, длительная концентрация, обобщение и реверсия математических процессов) и общих личностных качеств, с другой стороны (например, интеллектуальное любопытство, готовность к напряжению, радость и заинтересованность в решении задач, настойчивость и терпимость к разочарованию, способность участвовать в независимой самонаправленной деятельности и склонность к сложным задачам).

В таком случае одаренность может проявляться как учебная одаренность и творческая продуктивная одаренность. Первая проявляется в возможности проходить стандартизированные тесты и приобретать знания, а вторая относится к способности создавать новые продукты или процессы. Кроме того, термин «хороший ученик» может использоваться для описания отличника, который не является одаренным, и который часто фокусируется на удовлетворение учителей или родителей [6]. Быть одаренным в математике не обязательно приводит к высоким достижениям в этой области, в то же время как высокие достижения в математике не обязательно означает быть математически одаренным [6, 7, 22, 26]. Hong E. и Aqil Y. [15] предлагают подобное различие, когда они вводят понятие академически одаренных и творчески талантливых учащихся. К первой категории относятся те, кто хорошо справляется со школьной математикой и являются преуспевающими, в то же время как другие – очень заинтересованные и активные учащиеся, но они не преуспевают в этом предмете. Категория учащихся, выполняющая оба действия, менее заметна в школьных условиях.

Чем же является математическая одаренность открытием или созданием? Разнообразие определений математики как области знания, с одной стороны, и математически одаренных учащихся, с другой, могут привести к различным ответам на этот вопрос. Мы будем рассматривать оба аспекта, показывая сильные и слабые стороны каждого подхода. Исследования, посвященные вопросу о том, является ли математическая одаренность открытием или созданием, может оказать значительное влияние на совершенствование стратегий обучения, направленных на развитие математических способностей у учащихся разных возрастов.

#### ***Математическая одаренность как открытие***

Существует общепринятое предположение, что одаренность можно приравнять к интеллекту, который измеряется IQ-тестами. Отсюда формируется убеждение, что около 2 % людей можно рассматривать как (высоко) одаренных. Тем не менее, существуют различные проблемы, связанные с рассмотрением IQ-тестов в качестве уникального эталона для выявления одаренности. Перечислим лишь несколько критических замечаний: IQ-балл не является стабильным или постоянным, а изменяется в связи с дальнейшим развитием тестируемого человека. Кроме того, существует ни один IQ-тест, а разные IQ-тесты, которые собирают разнообразные данные и предоставляют нам различные результаты, так как они рассчитаны на определенные группы норм. Более ста лет назад Binet A. [4], которого часто называют изобретателем современного теста интеллекта, протестовал против того, что он назвал жестоким пессимизмом философов, утверждавших, что интеллект индивидуума – это фиксированная величина, количество, которое не может быть увеличено. Он считал, что с практикой и обучением можно стать

более умным, чем раньше. Binet A. утверждал, что не всегда люди, которые поначалу были умными, станут самыми умными.

*Особенности математических способностей в дошкольном возрасте.* Научно-исследовательские работы в этой области описывают различные ранние признаки проявления математической одаренности у детей [10]. В своем исследовании Bicknell B. [3] характеризует математическую одаренность глазами родителей, учащихся и учителей. Большинство родителей уже в раннем возрасте признали способности своего ребенка к математике. Описания родителями своих детей в дошкольном возрасте дают представление о том, что можно рассматривать как врожденные способности у этих детей. К характеристикам, выявленным родителями, относятся «впечатляющая» концентрация и способность самостоятельно работать в течение относительно длительного периода времени над конкретной задачей. Маленькие дети проявляли самостоятельную инициативу в играх с числами и числовыми моделями, показывая реальное увлечение числами и математическими операциями. Виды деятельности, которые родители наблюдали у своих детей в раннем возрасте, указывали на интерес к математическим играм, таким как: строительство объектов из различных по конфигурации блоков, создание симметричных узоров, упорядочивание объектов и завершение головоломок и мозаик нетрадиционными способами, длительная сосредоточенность при занятиях такого рода деятельностью [3].

Но не все потенциально одаренные дети проявляют эти признаки математической одаренности. В анкетах, которые были предоставлены родителям математически одаренных учащихся, большинство их ответов позволяют сделать именно эти выводы; однако, некоторые отметили, что они не замечали признаков одаренности, прежде чем их ребенок не начал ходить в школу [20]. Более того, описанная математическая увлеченность и склонность у детей дошкольного возраста не обязательно должны приводить к мысли о том, что их математические способности являются врожденными. Такое проявление интереса могло быть связано с родительскими и другими факторами окружающей среды.

*Особенности математических способностей в школьном возрасте.* Когда одаренные дети начали ходить в школу, их уровень интереса и способностей к математике по сравнению с их сверстниками стал более очевидным. Учителя наблюдали у таких детей разные темпы изучения математики, интуитивные математические знания в решении задач, их «живой» интерес к предмету, чувство юмора и способность мыслить более абстрактно, чем их сверстники по возрасту, а также проявлялся более высокий уровень умственной гибкости и рассуждений, основанный на логическом мышлении. Наблюдались настойчивость и азарт в решении математических задач.

Другие аспекты математики, которые, по мнению учащихся, подтвердили их математическую одаренность, включают: успех в соревнованиях и олимпиадах; высокий уровень владения базовыми математическими знаниями; скорость вычислительных навыков; способность решать нестандартные задачи; способность самостоятельно работать над «специальными проектами» или над другой работой (чем их одноклассники) [3, 25]. Однако выводы должны быть нюансированы, потому что не все ученики, отобранные как математически одаренные, относят себя как ним, а некоторые из них даже не рассматривали математику как свой любимый предмет.

Иногда способности учащихся проявляются совершенно по-разному в математических областях, и учащиеся, и учителя признают эти различия. Например, некоторые учащиеся сильны в визуальных шаблонах и преобразовательной геометрии, включающей вращение или перенос, в то время как другие – имеют хорошие математические вычислительные навыки. Однако это может быть связано не с математической одаренностью, а с различными когнитивными стилями. В исследовании, посвященном изучению взаимосвязи между тремя когнитивными стилями, основанными на способностях (вербально-дедуктивный, пространственно-образный и объектно-образный), и выполнении задач геометрии, к которым предоставлялись различные типы подсказок, Adelson J., Carroll S., Casa T., Gavin M., Sheffield L. и Spinelli A. [1] обнаружили, что и пространственно-образный, и вербально-дедуктивный когнитивные стили были полезны в решении некоторых типов геометрических задач (но не объектно-образный, которых, как было установлено, больше связан с художественным творчеством).

Существование определенного индивидуального потенциала одаренности недостаточен для высокой производительности, это показывает феномен «отстающего». Формальное или неформальное обучение дает возможность трансформировать этот потенциал в таланты или систематически натренированные способности (достижения). Тем не менее, некоторые исследователи утверждают, что этот потенциал необходим для превосходных результатов в школьных отметках [3, 14].

*Особенности математических способностей в университетском возрасте.* Исследования одаренных студентов университета весьма ограничены. Возможное объяснение заключается в том, что одаренные студенты, возможно, научились скрывать свою одаренность, и, таким образом, может быть весьма затруднительно, идентифицировать их на университетском уровне [2]. Другим объяснением может являться то, что уровень интеллекта не остается стабильным в течение долгого времени. А факт взаимодействия между интересами, деятельностью, окружающей средой и математическими исследованиями влияет на математические достижения студентов, ставит под сомнение необходимость

различать одаренность и опыт когда учащиеся поступают в университеты и выпускаются из них. Одной из областей, которая была изучена, это студенты, поступающие в колледж или университет в более молодом возрасте по сравнению со своими коллегами. Обзор данных эмпирических исследований показывает, что, как правило, ранние абитуриенты получают более высокие средние баллы, чем обычные студенты, имеют больше шансов получить высшее образование и, скорее всего, получить другие академические награды и продолжить обучение в аспирантуре [21].

*Математические достижения взрослых.* Те одаренные дети, которые самостоятельно разовьют свой талант до уровня эксперта; те, кто растет в семьях, которые сочетают стимуляцию и поддержку; и те, кому повезло иметь вдохновляющих учителей, наставников и примеры для подражания, будут обладать высокой производительностью, способностью быстро фокусироваться и получать удовольствие от своей работы. Такие одаренные дети часто раскрывают свой потенциал во взрослую жизнь, когда они приобретают соответствующий опыт или наступает жизненно важное событие, в котором раскроется их дар, и рассеются сомнения [27].

#### ***Математическая одаренность как создание***

Что влияет на развитие способностей и производительность? Рождаются ли некоторые дети с особыми характеристиками, которые позволяют им стать математически одаренными, или математический талант и опыт – это то, что может быть развито или создано у подавляющего большинства учащихся мужского и женского пола из всех этнических и социально-экономических групп независимо от особенностей, унаследованных при рождении?

В зарубежных исследованиях широкое распространение получил термин «математически перспективный учащийся», разработанный Национальным Советом учителей математики (National Council of Teachers of Mathematics – NCTM) в качестве функции максимизации переменных, таких как способности, мотивация, убеждения и опыт или возможности [24]. NCTM [19] предложил использовать термин «перспективный», а не «одаренный», намеренно расширив определение, чтобы включить гораздо более широкий круг учащихся и открыть возможность создания и развития учащихся с выдающимися математическими способностями, а не просто идентифицировать детей с математическим опытом и увлечением [24]. Gagne F. [12] говорит о том, что «дары» являются предпосылкой для развития талантов, однако другие исследователи, в том числе и те, которые поддерживают термин «математически перспективный учащийся», этого не делают.

Dweck C. [11] в своем исследовании показал, что учащиеся средних классов, которые верят в «фиксированное» мышление, то есть, убеждены в том, что они уже рождены с определенными способностями, демонстрируют достаточно низкие результаты в изучении математики по сравнению с теми, кто верит в развитие своего мышления, понимая, что их мозг изменяется и совершенствуется. Однако таким учащимся достаточно сложно учиться и быть более успешными в математике. Дискутируя о математически одаренном ребенке, Boaler J. [5] приводит мощные аргументы, демонстрирующие вред, причиненный идеей генетического детерминизма и преподавания математики как учебного предмета, который используется для разделения детей на тех, у кого есть математический ген, и тех, у кого его нет. Она призывает обучать математике через призму, смотрящую на мир, доступный всем ученикам благодаря усердию и трудолюбию в учебе.

Кроме того, она считает, что учащиеся, заинтересованные в математике, будут с большей вероятностью развивать свои математические способности. Крутецкий В.А. [28] также подчеркивает необходимость интереса к математике для того, чтобы быть успешными в этом предмете, и если учитель способен пробудить у ребенка интерес и желание в изучении, то этот ученик, «увлекшись» математикой, может быстро добиться больших успехов [28]. Некоторые предварительные результаты изучения различных условий обучения математически одаренных учащихся также указывают на то, что математическая перспектива того, кто интересуется математикой, существенно отличается от усредненной по обычному классу; она также представляется более положительной, чем усредненная по классу с высокими достижениями.

Далее приведем некоторые теоретические разработки и методологии, которые могут быть полезны, при изучении природы одаренности, в том числе и математической. В некоторых случаях модели развития математической одаренности основаны на моделях развития общей одаренности, таких как:

- Дифференцированная модель одаренности и таланта Франсуа Ганье [12], в которой делает кардинальные различия между одаренностью и талантом. Под одаренностью он понимает врожденные способности, а под талантом – высоко и систематически развитые навыки в определенной области;
- Трехкольцевая модель одаренности Джозефа Рензулли, в которой под одаренностью понимают взаимодействие трех групп человеческих качеств: интеллектуальные способности, превышающие средний уровень, высокая увлеченность выполняемой задачей и высокий уровень креативности. Одаренные и талантливые дети – это дети, которые обладают данными характеристиками или способны развить и реализовать их в любой полезной деятельности [23];

• Мюнхенская модель одаренности Курта Хеллера, помимо таких факторов одаренности, как интеллектуальные способности, креативность, социальная компетентность, личностные особенности (мотивация достижения, преодоление стресса, стратегии работы и др.), достижения (естественные науки, искусство, спорт и др.), включает и факторы среды (микроклимат в семье и в классе, критические события в жизни и др.) [14].

Dai D.Y. [9] проанализировал некоторые из предположений о природе одаренности и объяснил, почему контекстуальная, развивающая модель наступления одаренности является более жизнеспособной альтернативой традиционной психометрической модели.

Как и другие исследователи в этой области [18], Szabo A. [26] утверждает, что в последнее десятилетие только несколько исследований сосредоточены на анализе особенностей математически одаренных и способных учащихся в концептуальной перспективе. Кроме этого, очень немногие исследования анализируют связь между биологическими и когнитивными способностями таких учащихся и их математическими показателями. Таким образом, необходимы дополнительные исследования теоретических основ и моделей для объяснения математической одаренности и перспектив ее развития. Между тем, с прагматической точки зрения, в некоторых странах различные государственные учреждения, негосударственные организации и сообщества, включающие родителей и/или учителей, приступили к разработке общих основ для проектирования дифференцированного подхода в обучении одаренных учащихся, которые призваны дополнять официальные стандарты и ориентиры.

### *Список литературы / References*

1. Adelson J., Carroll S., Casa T., Gavin M., Sheffield L., Spinelli A. Project M3: mentoring mathematical minds – A research-based curriculum for talented elementary students // *Journal of Advanced Academics*, 2007. № 18 (4). P. 566-585.
2. Albon R., Jewels T. Gifted university students: Last chance to ‘come out of the closet’ // 10th Asia-Pacific Conference on Giftedness, Singapore, 2008. P. 157-173.
3. Bicknell B. Who are the mathematically gifted? Student, parent, and teacher perspectives // *Research in Mathematical Education*, 2009. № 13 (1). P. 63-73.
4. Binet A. Les idées modernes sur les enfants. Paris, 1909. 376 p.
5. Boaler J. Mathematical mindsets: Unleashing students’ potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching. San Francisco, CA: Jossey-Bass, 2015. 320 p.
6. Brandl M. High attaining versus (highly) gifted pupils in mathematics: a theoretical concept and an empirical survey // CERME 7. Univ. of Rzeszów, Poland, 2011. P. 1044-1055.
7. Brandl M., Barthel C. A comparative profile of high attaining and gifted students in mathematics // ICME-12, 2012. P. 1429-1438.
8. Clark B. Growing up gifted: Developing the potential of children at home and at school. Upper Saddle River, J: Prentice Hall, 2002. 432 p.
9. Dai D.Y. The nature and nurture of giftedness: A new framework for understanding gifted education. New York, 2010. 312 p.
10. Diezmann C.M., Watters J.J. Characteristics of young gifted children. *Educating Young Children*, 2000. № 6 (2). P. 41-42.
11. Dweck C. Mindset: The new psychology of success. New York: Random House, 2006. 276 p.
12. Gagne F. Building gifts into talents: Detailed overview of the DMGT 2.0 // *Leading change in gifted education: The Festschrift of Dr. Joyce Vantassel-Baska*. Waco, TX: Prufrock Press, 2009. P. 61-80.
13. Harrison C. Giftedness in early childhood: The search for complexity and connection. *Roeper Review*, 2003. №26(2). P.78-84.
14. Heller K., Ziegler A. Begabt sein in Deutschland. Berlin: LIT Verlag, 2007. 456 p.
15. Hong E., AquY. Cognitive and motivational characteristics of adolescents gifted in mathematics: Comparisons among students with different types of giftedness. *Gifted Child Quarterly*, 2004. № 48. P. 191-201.
16. Irvine S.H., Berry J.W. The abilities of mankind: A revaluation // *Human abilities in cultural context*. Cambridge Univ. Press, 1988. P. 3–59.
17. Käpnick F. Mathematisch begabte Kinder. Modelle, empirische Studien und Förderungsprojekte für das Grundschulalter. Frankfurt am Main, 1998. 322 p.
18. Leikin R., Kloss Y. Mathematical creativity of 8th and 10th grade students // CERME7 Proceedings. Univ. of Rzeszów, Poland, 2011. P. 1084-1093.
19. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Report of the NCTM task force on the mathematically promising. *NCTM News Bulletin*, 1995. 32 p.

20. *Nolte M.* Mathematically gifted young children – Questions about the development of mathematical giftedness // *Talent development and excellence*. Berlin, London: Lit Verlag, 2012. P. 155-176.
21. *Olszewski-Kubilius P.* Setting the record straight on ability grouping // *Education Week*, 2013. P. 58-63.
22. *Öystein H.P.* What characterizes high achieving students' mathematical reasoning? // *The elements of creativity and giftedness in mathematics*. Rotterdam: Sense, 2011. P. 193-216.
23. *Renzulli J.S.* Reexamining the role of gifted education and talent development for the 21st century: A four-part theoretical approach // *Gifted Child Quarterly*, 2012. №56(3). P. 150-159.
24. *Sheffield L.J., Bennett J., Berriozabal M., DeArmond M., Wertheimer R.* Report of the NCTM task force on the mathematically promising. In L. J. Sheffield (Ed.), *Developing mathematically promising students*. Reston, VA: NCTM, 1999. P. 309-316.
25. *Subotnik R.F., Robinson A., Callahan C.M., Gubbins E.J.* Malleable minds: Translating insights from psychology and neuroscience to gifted education. Storrs: Univ. of Connecticut, NRCGT, 2012. 286 p.
26. *Szabo A.* Mathematical problem-solving by high achieving students: Interaction of mathematical abilities and the role of the mathematical memory // *CERME9*. Prague, Czech Republic, 2015. P. 1087-1093.
27. *Winner E.* The origins and ends of giftedness // *American Psych.*, 2000. № 55 (1), P. 159-169.
28. *Крутецкий В.А.* Психология математических способностей. М., 1968. 324 с.