Optimal management of area's forms
Efendiyeva H.[1], Rustamova L.[2] (Republic of Azerbaijan)
Оптимальное управление формами областей
Эфендиева Х. Д.[1], Рустамова Л. А.[2] (Азербайджанская Республика)

[1]Эфендиева Хеджер Джавид / Efendiyeva Hecer - кандидат физико-математических наук, преподаватель;
[2]Рустамова Ламия Аладдин / Rustamova Lamiya - кандидат физико-математических наук, преподаватель,
кафедра математической экономики,
Бакинский государственный университет, г. Баку, Азербайджанская Республика

Аннотация: *широкий класс задач практики приводит к изучению изменения формы рассматриваемого объекта или тела относительно времени. Примерами таких задач являются диффузионные процессы, задачи расширения или распрямления тела от тепла, задачи теории упругости, экологические задачи, биологические процессы и т. д. При исследовании этих задач, как правило, изучаются изменения точек тела относительно времени. Однако часто представляет интерес не изменение точек тела, а изменение его формы. Изучение задачи в такой постановке связано с некоторыми математическими трудностями. Для исследования таких задач в работе определяются изменения формы области в линейном пространстве пары выпуклых множеств. Такое определение изменения области дает возможность исследовать широкий класс таких практических задач, как задачи оптимального управления.*
Abstract: *a wide range of practical tasks leads to the study of changes in the shape of the observed object or body relative to time. An example of these tasks can be the diffusion processes, tasks of enlarging or straightening the object clue to the effect of heat; tasks of plasticity theory; the ecological tasks; biological processes and etc. While the researching of these tasks, as a wile, it is studying the changes of the points of a certain object related to time. But, it is often interesting not only observing the change of points on object, (body), but also changes in its shape. The study in this type of task is related with certain mathematical difficulties. To study these type of tasks in the work it is defining the change of a form of a certain area in the linear space of a couple of convex sets. This study of changing an area gives an opportunity to make a reseal in a wide range of such practical tasks, as tasks of optimal management.*

Ключевые слова: *оптимальное управление, формы области, опорная функция, выпуклые множества.*
Keywords: *optimal management, area's forms, support functions, convex sets.*

Пусть M совокупность выпуклых замкнутых ограниченных множеств в R^n.
Функция

$$P_D(x) = \sup_{l \in D}(l, x), x \in D, \qquad (1)$$

называется опорной функцией множества $D \in M$, где $P_D(x)$ является непрерывно-выпуклой и положительно однородной. Формула (1) каждому выпуклому замкнутому ограниченному $D \in M$ сопоставляет выпуклую, непрерывную, положительно однородную функцию $P_D(x)$. Верно и обратное: для каждой непрерывно-выпуклой, положительно-однородной функции $P(x)$ существует единственное замкнутое выпуклое ограниченное множество $D \in M$, такое что $P(x) = P_D(x)$. Множество D совпадает с субдифференциалом функции $P(x)$ в точке $0 \in R^n$.

Пусть $a = (A_1, A_2),\ b = (B_1, B_2),\ \ A_i,\ B_i \in M,\ \ i = 1, 2$, B – единичный шар, $S_B = \partial B$ - единичная сфера. В [3] показано, что пространство $M \times M$ линейное. Скалярное произведение $a \bullet b$ в $M \times M$ определим следующим образом

$$a \bullet b = \int_{S_B} p(x)q(x)ds, \qquad (2)$$

здесь $p(x) = p_{A_1}(x) - p_{A_2}(x),\ q(x) = p_{B_1}(x) - p_{B_2}(x),\ \ p_{A_i}(x), p_{B_i}(x)$ - опорные функции множеств A_i и B_i $i=1,2$, соответственно.

Показано, что $a \bullet b$ удовлетворяет всем аксиомам скалярного произведения.

Пространство $M \times M$ со скалярным произведением (2) обозначено через ML_2. Расстояние в этом пространстве между множествами $A \in M$ и $B \in M$ определяется как норма элемента $a = (A,0) - (B,0) = (A,B)$

$$\|a\|_{ML_2} = \sqrt{a \bullet a} = \left(\int\limits_{S_B} \left[P_A(x) - P_B(x) \right]^2 ds \right)^{1/2}. \tag{3}$$

Пусть в момент времени $t \in [0,T]$ изучаемая область имеет форму $D(t)$. При изменении t область $D(t)$ также меняется. Скорость изменения области $D(t)$ характеризуется величиной

$$\frac{\partial P_{D(t)}(x)}{\partial t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{D(t+\Delta t)}(x) - P_{D(t)}(x)}{\Delta t}, \quad x \in S_B.$$

Если существуют области $V_1(t),\ V_2(t) \in M,\ \ t \in [0,T],$ такие, что

$$\frac{\partial P_{D(t)}(x)}{\partial t} = P_{V_{1(t)}}(x) - P_{V_{2(t)}}(x),$$

то величину $\dot{D}(t) = (V_1(t), V_2(t)) \in M \times M$ мы будем называть скоростью изменения области $D(t)$. Например, если $D(t) = B_t$ является шаром с радиусом t, с центром в начале координат, то $P_{D(t)} = t \cdot \|x\|$. Тогда $\dot{D}(t) = (B_1, 0)$.

Литература

1. *Троицкий В. А., Петухов Л. В.* Оптимизация формы упругих тел. – М.: Наука, 1982, 432 с.
2. *Муравей Л. А.* Задача управления границей для эллиптических уравнений // Вест. Моск. ун-та, сер. 15, Вычисл. матем. и киберн., 1998, № 3, с. 7-13.
3. *Демьянов В. Ф., Рубинов А. М.* Основы негладкого анализа и квазидифференциального исчисления. М.: Наука, 1990. 400 с.
4. *Нифтиев А. А., Ахмедов Э. Р.* Вариационная постановка обратной задачи относительно области // Дифференциальные уравнения. 2007, т. 43, № 10, с. 1410-1416.