# Computation of logarithms with any base

**Skachkov V.[1], Presnjakov N.[2], Glebov V.[3] (Russian Federation)**

# Вычисление логарифмов с произвольным основанием

**Скачков В.К.[1], Пресняков Н.А.[2], Глебов В.В.[3] (Российская Федерация)**

*[1]Скачков Владимир Константинович / Skachkov Vladimir – студент;*
*[2]Пресняков Никита Андреевич / Presnjakov Nikita – студент,*
*специальность 23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог;*
*[3]Глебов Владимир Владимирович / Glebov Vladimir - преподаватель математики,*
*Колледж железнодорожного транспорта Уральского государственного университета путей сообщения,*
*г. Екатеринбург*

***Аннотация:*** *в статье рассматривается способ нахождения логарифмов без применения вычислительной техники. Вычисление осуществляется в двоичной форме счисления.*
***Abstract:*** *the article considers the method for finding logarithms without the use of computer technology. The calculation is performed in binary notation.*

***Ключевые слова:*** *логарифм, двоичная система счисления, десятичная система счисления, характеристика, мантисса.*
***Keywords:*** *logarithm, binary system, decimal system, characteristic, mantissa.*

Каждый старшеклассник может вычислить любой логарифм с помощью калькулятора, но даже не каждому преподавателю математики под силу найти значение произвольного логарифма на листе бумаги.

150 лет назад профессор Саррюс из Страсбурга предложил очень простой способ вычисления десятичных логарифмов. Используя формулу перехода к новому основанию, любой логарифм можно представить через десятичные логарифмы, а следовательно, этот метод подойдет для вычисления любых логарифмов [1].

Вычисления способом Саррюса производятся в двоичной системе счисления, поэтому сначала обратимся к привычной десятичной системе и посмотрим, как перейти к двоичной.

В общепринятой десятичной системе счисления каждое число рассматривается как сумма различных степеней числа 10, являющегося основанием десятичной системы. Например:

$$21{,}25 = 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$$

При такой записи числа выписываются только коэффициенты при различных степенях десятки. Поскольку все эти коэффициенты не превосходят десяти, то для их записи достаточно всего одной из десяти цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Место, занимаемое цифрой в записи числа, отмечается показателем степени десятки, коэффициентом при которой стоит рассматриваемая цифра. Отсчет порядковых мест в числе ведется с 0 и начинается от запятой. Первая цифра слева от запятой соответствует нулевой степени числа 10 (разряд единиц), вторая цифра перед запятой – первой степени числа 10 (разряд десятков), первая цифра после запятой соответствует минус первой степени числа 10 (разряд десятых) и т.д.

В двоичной системе счисления основанием служит число 2, и все числа в этой системе рассматриваются как суммы различных степеней двойки. Например, число 21,25 запишется следующим образом:

$$21{,}25 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$$

Для того чтобы представить число в двоичной системе счисления, нужно последовательно записать коэффициенты при различных степенях числа 2, запятую нужно будет поставить после коэффициента, соответствующего двойке в нулевой степени. Значит, 21,25 в двоичной системе счисления: 10101,01. Коэффициенты при различных степенях двойки могут принимать всего два значения: 1 или 0. Поэтому для записи числа в двоичной системе нужны только две эти цифры. Для того чтобы умножить число в двоичной системе счисления на 2, нужно передвинуть запятую на один знак вправо. Это действие лежит в основе метода Саррюса. [2]

Пусть $10^x = A$, тогда x = lgA, где lgA – десятичный логарифм числа A. Нужно найти x при заданном A. Характеристика логарифма (т.е. его целая часть) находятся легко. Пусть она равна p, тогда разделим обе части начального уравнения на $10^p$: $10^{x-p} = A\colon 10^p$, теперь обозначим (x-p) за y, а $A\colon 10^p$ за B, тогда уравнение примет вид: $10^y = B$, при этом характеристика числа y равна 0. Теперь нужно найти мантиссу числа (дробной частью логарифма числа).

Предположим, что число y представлено в двоичной системе:

$y = 0, t_1 t_2 t_3 t_4 \ldots$, где $t_1 t_2 t_3 t_4 \ldots$ - последовательные цифры одного числа (т.е. единицы и нули): $10^{0, t_1 t_2 t_3 t_4 \ldots} = B$, Далее возводим получившееся уравнение в квадрат. Для этого в левой части уравнения нужно увеличить вдвое показатель степени (при возведении степени в степень показатели перемножаются), т.е. передвинуть запятую на одну цифру вправо. Имеем: $10^{t_1,t_2t_3t_4\cdots} = B^2$, $t_1$ – характеристика логарифма числа $B^2$ равна 1, если $B^2 > 0$, и равна 0, если $B^2 < 0$. Теперь, найдя цифру $t_1$, разделим последнее равенство на $10^{t_1}$ и получим: $10^{0,t_2t_3t_4\cdots} = B^2 : 10^{t_1}$ $=B_1$. По аналогии находим следующую цифру - $t_2$. Таким нехитрым способом можно найти произвольное количество цифр логарифма, записанного в двоичной системе счисления.

### ***Литература***


1. *Алимов Ш.А. и др.* Алгебра и начала математического анализа. 10—11 классы. — М., Просвещение, 2013. 97 с.
2. *Шапошникова С. В.* Планета информатики. [Электронный ресурс]: Учебник по информатике. Режим доступа: www.inf1.info/binarynotation (дата обращения: 18.01.2016).