

LINEAR PROGRAMMING APPLICATIONS

Kabardov A.S.¹, Ulbasheva S.A.², Kardangushev I.Z.³, Khuranova L.Z.⁴,
Zhabelov S.T.⁵, Niyazov I.A.⁶ (Russian Federation)

Email: Kabardov538@scientifictext.ru

¹Kabardov Aslan Sosrukovich – Student,
DEPARTMENT OF COMPUTER SCIENCE AND SOFTWARE ENGINEERING,
INSTITUTE OF COMPUTER SCIENCE, ELECTRONICS AND COMPUTER TECHNOLOGY;

²Ulbasheva Svetlana Aleksandrovna - Master,
DEPARTMENT OF PHYSIOLOGY,
INSTITUTE OF CHEMISTRY AND BIOLOGY;

³Kardangushev Islam Zaurbekovich - Student,
DEPARTMENT OF INFORMATION SECURITY;

⁴Khuranova Liana Zaurvna – Student;

⁵Zhabelov Samat Tahirovich – Student;

⁶Niyazov Ilyas Alievich – Student,
DEPARTMENT OF COMPUTER SCIENCE AND SOFTWARE ENGINEERING,
INSTITUTE OF COMPUTER SCIENCE, ELECTRONICS AND COMPUTER TECHNOLOGY,
KABARDINO-BALKARIAN STATE UNIVERSITY,
NALCHIK

Abstract: the article explores possible applications of linear programming in various fields of human activity, both in the past and in modern times. It shows all the benefits of using the technology of programming these days, how they simplify and improve work in the most diverse spheres of human activity. A great place in the work is the consideration of earlier studies on the introduction of the application of linear programming into our lives. As it turned out, the use of linear programming in various spheres of human activity can significantly improve the efficiency of certain structures.

Keywords: programming, linear, Danzig, simplex method.

ПРИМЕНЕНИЯ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Кабардов А.С.¹, Ульбашева С.А.², Кардангушев И.З.³, Хуранова Л.З.⁴,
Жабелов С.Т.⁵, Ниязов И.А.⁶ (Российская Федерация)

¹Кабардов Аслан Сосрукович – студент,
кафедра информатики и технологии программирования,
Институт информатики, электроники и компьютерных технологий;

²Ульбашева Светлана Александровна – магистр,
кафедра физиологии,
Институт химии и биологии;

³Кардангушев Ислам Заурбекович – студент,
кафедра информационной безопасности;

⁴Хуранова Лиана Зауровна – студент;

⁵Жабелов Самат Тахирович – студент;

⁶Ниязов Ильяс Алиевич – студент,
кафедра информатики и технологии программирования,
Институт информатики, электроники и компьютерных технологий,
Кабардино-Балкарский государственный университет,
г. Нальчик

Аннотация: в статье исследуются возможные применения линейного программирования в различных сферах деятельности человека, как в прошлом, так и в современное время. Показана вся польза от использования технологии программирования в наши дни, как они упрощают и улучшают работу в самых разных сферах деятельности человека. Большое место в работе занимает рассмотрение проводившихся ранее исследований по внедрению применения линейного программирования в нашу жизнь. Как оказалось, применение линейного программирования в различных сферах деятельности человека существенно может улучшить работоспособность тех или иных структур.

Ключевые слова: программирование, линейный, Данциг, симплекс-метод.

Линейное программирование — создание послевоенное. Можно сказать, что развитие общих методов решения началось с работы Данцига по симплекс-методу в 1947 году. Его классическая работа на эту тему была представлена на конференции в Чикаго в 1949 году и опубликована в 1951 году. Мы видели, что первый раз задача о перевозках как особый случай линейного программирования была рассмотрена

значительно раньше, в 1941 году, Хичкоком. Достоин упоминания еще одно исследование. В 1945 году Стиглер (Stigler) написал статью под названием «Стоимость пропитания», где он рассмотрел самую дешевую систему питания, которого хватало бы, чтобы удовлетворить заданным минимальным нормам [1]. Он рассмотрел 27 наименований пищи и методом проб и ошибок пришел к самой дешевой комбинации из них. «Этот метод,— сказал он,— является экспериментальным, ибо не существует, по-видимому, никакого прямого метода отыскания минимума линейной функции при линейных ограничениях». Это было верно в 1945 году, но некоторое время спустя, когда для решения задачи Стиглера применили новые методы, нашли, что его решение весьма близко к оптимальному, если только можно употребить слово «оптимальное» в такой мрачной ситуации [2].

На протяжении ряда лет, после того как работа Данцига привлекла внимание, линейное программирование рассматривалось скорее как предмет научных исследований, чем как эффективный аппарат для решения реальных проблем. Однако постепенно создание эффективных компьютерных программ привело данный предмет в такое состояние, когда управляющие, плановики и политические деятели уже могли иметь от него непосредственную помощь. Вообще говоря, линейное программирование получило сначала признание в нефтяной промышленности, а затем в химической и пищевой. Теперь оно проникло во все отрасли промышленности, сельское хозяйство и формы правления [3].

В настоящее время для больших ЭВМ имеются наборы заранее составленных компьютерных программ (или блоков, как их называют). Теперь решение систем линейного программирования со многими тысячами ограничений становится обычным делом. Некоторые из этих блоков программ работают по симплекс-методу, но многие составлены с учетом отличительных черт конкретной модели. Задача о перевозках представляет собой очевидный пример, но есть и много других. В самом деле, в разных отраслях промышленности возникают модели линейного программирования, носящие разный характер, и, следовательно, имеет смысл разрабатывать специальные компьютерные программы [4].

Ниже дается классификация основных промышленных применений этого метода.

а) Задачи о составлении смесей. Цель задач — выбрать наиболее экономичную смесь ингредиентов (железных руд, сырой нефти, пищевых продуктов и т.д.) при учете ограничений на физический или химический состав смеси и наличия необходимых материалов.

б) Задачи производства. Здесь обычно имеются различные способы выпуска одного или более видов продукции при использовании некоторого числа ограниченных источников сырья. Цель задач — подобрать наиболее выгодную производственную программу. Простейшим примером такого рода задач является задача о производстве сукна.

в) Задачи распределения. Здесь основное требование — организовать такую доставку материалов от некоторого числа источников к некоторому числу потребителей, чтобы оказались минимальными либо расходы по этой доставке, либо время, затрачиваемое на нее, либо некая комбинация того и другого. В простейшем виде это задача о перевозках. На практике задачи распределения часто приводят к более общим моделям линейного программирования, но обычно они обладают специфическими чертами, которые можно с успехом использовать при разработке метода решения.

г) Комбинированные задачи. Когда какой-то товар производится в разных местах, иногда задачи производства и распределения стоит объединить в единую модель. Точно так же могут комбинироваться задачи производства и хранения с целью минимизации расходов на хранение за какой-то период времени. (Хранение во многом можно рассматривать, как и распределение, где материалы перевозятся скорее во времени, чем в пространстве.)

С течением времени всесторонние, исчерпывающие модели производства, распределения и хранения становятся все более полезными в практическом отношении. Большинство моделей линейного программирования с тысячами разных ограничений, которые решаются сейчас на производстве, оказываются задачами этого типа [5].

Целочисленное линейное программирование

Если переменные в задаче линейного программирования соответствуют числу машин, станков, людей или какому-либо другому неделимому объекту, то имеют смысл только целочисленные значения этих переменных.

В частном случае транспортной задачи все базисные допустимые решения можно выразить в целых числах, если все числа, ограничивающие матрицу расходов также целые числа. Но в общем случае это не так.

Рассмотрим следующий пример:

максимизировать

$$C=11x_1-x_2$$

при условиях:

$$10x_1-x_2 \leq 40$$

$$x_1 + x_2 \leq 20, 5$$

Ограничиваясь целочисленными $x_1, x_2 \geq 0$

Если мы на минуту отбросим требование целочисленности и решим задачу обычным симплекс-методом, вводя две нежесткие переменные s_1 и s_2 , то получим такое оптимальное решение: $x_1 = 5,5$; $x_2 = 15$; $C = 45,5$. Однако это решение недопустимо, так как x_1 — не целое. Ближайшие целые значения x_1 — это 5 и 6, поэтому разумно рассмотреть пары (5, 15) и (6, 15) для (x_1, x_2) . Мы найдем, что первая пара приводит к значению $C=40$, а вторая пара недопустима: не удовлетворяются неравенства. Оказывается, однако, что даже если мы ограничимся целочисленными значениями переменных, то можно получить для C значение большее, чем 40. «Геометрически удаленная» от 5,5 и 15 пара (5, 10) приводит к $C=45$, и это действительно оптимальное решение задачи. (Читатель может исследовать эту ситуацию графически.) Этот пример, представляющий собой весьма крайний случай, показывает, что к задачам целочисленного линейного программирования следует подходить внимательно, а не пользоваться рецептом: «округлить решение симплекс-метода до ближайших целых значений».

Для решения задач целочисленного программирования было предложено много элегантных методов, в основном Р.Е. Гомори (R.E. Gomory) в 1958—1960 годах, и теперь ими широко пользуются. Одно из интересных следствий этой работы — возможность представить моделью линейного программирования ситуации, требующие ответа «да» или «нет».

Такие логические переменные могут принимать значения лишь 0 или 1. Таким же образом можно обращаться и с более сложными логическими отношениями.

Дальнейшие исследования

За последние годы практическое применение получили и другие ответвления линейного программирования. Мы упомянем два наиболее важных из них. Первое называется параметрическим программированием. С его помощью можно учесть тот факт, что во многих промышленных задачах данные, входящие в модель, известны не вполне точно. Метод параметрического программирования позволяет проследить, как меняется решение при изменении одного или нескольких коэффициентов в условиях связи или целевой функции. Второе называется стохастическим программированием. Здесь некоторые коэффициенты в модели не имеют определенных фиксированных значений, а рассматриваются как случайные переменные. Это значит, что распределение вероятности определяет численные значения таких коэффициентов. Тогда оптимальное значение целевой функции также оказывается случайной переменной, и мы хотим найти распределение именно этой переменной. Изучение задач вероятностного линейного программирования дает широкие возможности для математического мастерства, но этот предмет выходит за пределы нашей книги.

Термин «стохастический», который еще появится у нас, требует некоторых пояснений. Им широко пользуются как синонимом слова «вероятностный» в противоположность слову «детерминистический», которым пользуются, когда считается, что входящие величины принимают фиксированные значения. Иногда он употребляется в несколько более специфическом смысле слова при описании процессов, где вероятность задается для некоторого промежутка времени. Примером может служить число автомобилей, проходящих через данный пункт на оживленной дороге, скажем, за одну минуту.

Список литературы / References

1. *Агальцов В.П.* Математические методы в программирование. М., 2009.
2. *Данко П.Е.* Высшая математика в упражнениях и задачах: В 2т. учеб. пособ. М.: Высш. шк., 2008.
3. *Ермаков В.И.* Общий курс высшей математики для экономистов. М.: Инфра-М, 2006.
4. *Красс М.С., Чупрынов Б.П.* Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М.: Дело, 2007.
5. *Кузнецов А.В., Сакович В.А., Холод Н.И.* Высшая математика. Математическое программирование. Минск: Высшая школа, 2006.